NOM ....

Licence L2— vrai/faux — sept 2012

réponse correcte=2 pts, réponse fausse= -1 pt, aucune réponse=0 pt

Soit V, W deux espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ de dimensions finies m et n.

1) V est non–vide. V ☐ F ☐

2) Tout espace vectoriel de dimension finie a une base unique. V ☐ F ☐

3) Toute partie génératrice de V est une base. V ☐ F ☐

4) Toute base de V est une partie génératrice. V ☐ F ☐

5) Tout sous–espace de V est de dimension finie. V ☐ F ☐

6) Si $u_1, \dots, u_k$ sont linéairement dépendants, alors $u_1, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_n$ sont linéairement dépendants. V ☐ F ☐

7) Si $u_1, \dots, u_k$ sont linéairement indépendants, alors $u_1, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_n$ sont linéairement indépendants. V ☐ F ☐

8) Si $u_1, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_n$ sont linéairement dépendants, alors $u_1, \dots, u_k$ sont linéairement dépendants. V ☐ F ☐

9) Si $u_1, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_n$ sont linéairement indépendants, alors $u_1, \dots, u_k$ sont linéairement indépendants. V ☐ F ☐

10) Si X et Y sont des sous–ensembles disjoint de V, alors les sous–espace engendrés $\langle X\rangle$ et $\langle Y\rangle$ ne sont pas égaux. V ☐ F ☐

11) Tout sous–espace vectoriel de V possède un supplémentaire unique. V ☐ F ☐

12) Il existe au moins un sous–espace vectoriel E de V dont le complémentaire est aussi un sous–espace vectoriel de E. V ☐ F ☐

13) Si E, F sont des sous-espaces vectroriels de V alors $E \cap F$ est un sous-espace vectoriel V ☐ F ☐

14) Si E, F sont des sous-espaces vectroriels de V alors $E \cup F$ est un sous-espace vectoriel V ☐ F ☐

15) Toute application linéaire injective $f : V \to W$ est surjective. V ☐ F ☐

16) Toute application linéaire surjective $f : V \to W$ est injective. V ☐ F ☐

....

Ici on considère des espaces vectoriels sur $\mathbb{C}$. Soit $E = \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$, un espace vectoriel de dimension 3 (sur $\mathbb{C}$). Soit $\phi : E \to E$ l'application $\phi : E \to E$ définie par $\phi(z_1, z_2, z_3) = (z_1, 0, z_2)$.

17) L'application ϕ est inversible. V ☐ F ☐

18) Le noyau de ϕ est un sous–espace de E de dimension 2. V ☐ F ☐

19) L'image de ϕ est un sous–espace de E de dimension 2. V ☐ F ☐

20) L'image de l'application composée $\phi \circ \phi$ est un sous–espace de E de dimension 2. V ☐ F ☐