IV. Décomposition polaire

Soit $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$.

Soit $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$.

Théorème 7

Il existe $O \in \mathrm{O}_n(\mathbb{R})$ et $S \in \mathrm{S}_n(\mathbb{R})$ définie positive telles que

Soit $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$.

Théorème 7

Il existe $O \in \mathrm{O}_n(\mathbb{R})$ et $S \in \mathrm{S}_n(\mathbb{R})$ définie positive telles que

$$A = OS.$$

IV. Décomposition polaire

Soit $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$.

Théorème 7

Il existe $O \in \mathrm{O}_n(\mathbb{R})$ et $S \in \mathrm{S}_n(\mathbb{R})$ définie positive telles que

$$A = OS.$$

De plus, le couple (O, S) est unique.

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$,

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

Notation : Pour $\theta \in \mathbb{R}$,

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

<u>Notation :</u> Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on note $R(\theta) := \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$.

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

<u>Notation :</u> Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on note $R(\theta) := \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$.

Théorème 8

Il existe une base orthonormale $\mathcal{B}$ de E dans laquelle

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

<u>Notation :</u> Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on note $R(\theta) := \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$.

Théorème 8

Il existe une base orthonormale $\mathcal{B}$ de E dans laquelle

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & \epsilon_r & & & \\ & & & R(\theta_1) & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & R(\theta_s) \end{pmatrix}$$

V. Réductibilité des endomorphismes orthogonaux

Soit $(E, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ un espace euclidien de dimension $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, et soit f un endomorphisme orthogonal de E.

<u>Notation :</u> Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on note $R(\theta) := \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$.

Théorème 8

Il existe une base orthonormale $\mathcal{B}$ de E dans laquelle

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & \epsilon_r & & & \\ & & & R(\theta_1) & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & R(\theta_s) \end{pmatrix}$$

où $r, s \in \mathbb{N}$, $\forall i \in \{1, \dots, r\}$, $\epsilon_i \in \{+1; -1\}$, $\forall j \in \{1, \dots, s\}$, $\theta_j \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.