

- Exercice 1**
1. Écrire si possible la matrice  $A := \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  sous la forme  $PDP^{-1}$  où  $D$  est une matrice diagonale et  $P$  inversible.
  2. Montrer que la matrice  $B := A/6$  est stochastique et primitive.
  3. Calculer  $B^k$  et sa limite.
  4. Montrer que l'endomorphisme  $c$  de  $\mathbb{R}^2$  de matrice  $C = {}^tA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  dans la base canonique admet une base  $(f_1, f_2)$  de vecteurs propres.
  5. Soit  $v$  un vecteur de  $\mathbb{R}^2$ . Montrer que la suite  $(\frac{c}{6})^k(v)$  tend vers un vecteur de l'espace propre  $E_1(\frac{c}{6})$ .
  6. Représenter graphiquement le cône image du premier cadran  $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0 \text{ et } y > 0\}$  par l'application linéaire  $c$  de matrice  $C = {}^tA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^2$ . Représenter les cônes images de  $Q$  par  $c^2$  et  $c^3$ .
  7. Vérifier que les cônes s'approchent du vecteur d'état de  $B$ .