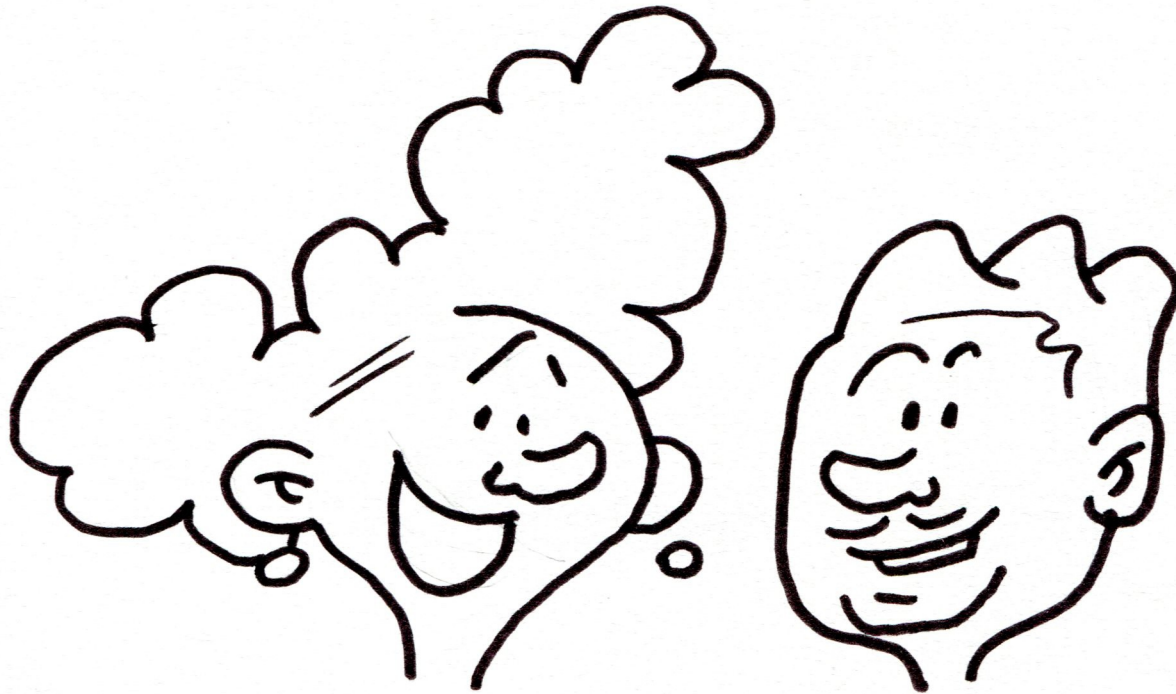


PROÉTALE et FILIPPO



PRÉSENTENT

# Les quantificateurs et les fonctions continues

Texte et dessin : Jean-Paul Mohsen

FILIPPO A BRAVEMENT DÉCIDÉ  
D'APPRENDRE LES FONCTIONS  
CONTINUES.

OUAIS ! C'EST  
DANS MON BOUQUIN !



SAUF QUE J'Y  
PIGE QUEUD'S.



SAUF QU'IL Y PIGE QUEUD'S. MÊME  
PAS LA DÉFINITION.

IL Y A PLEIN DE  
TRUCS BIZARRES.

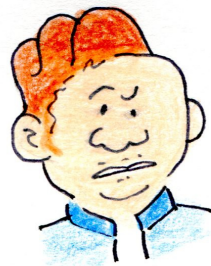
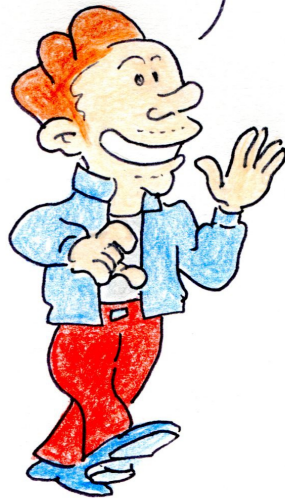


TU PARLES DES  
QUANTIFICATEURS ?

Ouais, c'est ça.  
JE VAIS ALLER ME  
RENSEIGNER SUR  
LES  
QUANTIFICATEURS.

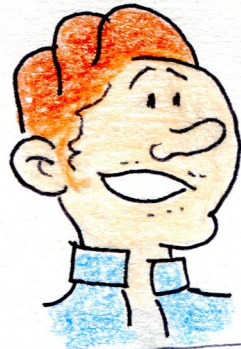
SALUT ! LES  
QUANTIFICATEURS,  
TU CONNAIS,  
CES TRUCS ?

OUI. ILY EN A DEUX.  
ILS S'APPELLENT :  
QUEL QUE SOIT  
ET  
IL EXISTE.



JE PIGE  
TOUJOURS  
RIEN, LÀ.

IL Y A UNE IDÉE À  
COMPRENDRE, DANS  
CE CHARABIA ?



OUI !

IL Y A UNE IDÉE ! UNE  
SEULE ! TU DOIS JUSTE  
COMPRENDRE QUE C'EST  
UN JEU.



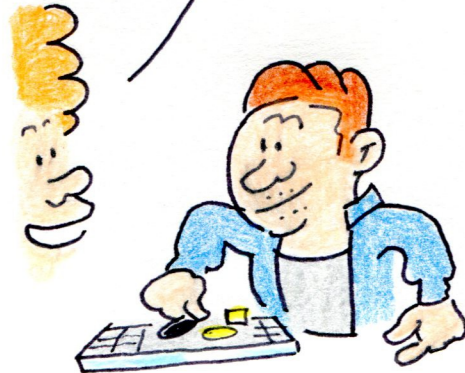
J'É SUIS LA JOUEUSE  
NUMÉRO 1, TU ES LE  
JOUEUR 2 ET LE JEU  
SE FAIT EN TROIS ÉTAPES.



PREMIÈRE ÉTAPE:  
JE JOUE.



DEUXIÈME ÉTAPE:  
TU JOUES.



TROISIÈME: JE  
REJOUE.



ET ON REGARDE  
QUI A GAGNÉ.





QU'EST CE QU'ON PEUT DIRE DE  
CE JEU, D'UN POINT DE VUE  
THÉORIQUE ?



BEN RIEN, VU  
QU'ON NE SAIT  
PAS QUEL JEU  
C'EST !



SI ! ON PEUT DIRE UNE CHOSE :  
L'UN DES DEUX JOUEURS A  
UNE STRATÉGIE GAGNANTE.



ÇA SIGNIFIE QUOI UNE STRATÉGIE  
GAGNANTE, POUR LA JOUEUSE 1  
PAR EXEMPLE ?



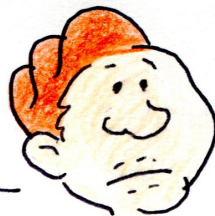
JE SAIS. ÇA  
SIGNIFIE QUE SI LES  
DEUX JOUEURS JOUENT  
PARFAITEMENT,  
C'EST ELLE  
QUI VA  
GAGNER.



ET DONC, CONCRÈTEMENT ?

BEN... JE SAIS PAS.

ALORS, ATTACHE TA CEINTURE.  
C'EST LÀ, L'IDÉE IMPORTANTE.



SI ON SUPPOSE QUE LA JOUEUSE 1 A UNE STRATÉGIE GAGNANTE, ALORS IL EXISTE UN COUP QU'ELLE PEUT JOUER À L'ÉTAPE 1 TEL QUE, QUEL QUE SOIT LE COUP DU JOUEUR 2 À L'ÉTAPE 2, IL EXISTERA UN COUP QU'ELLE POURRA JOUER À L'ÉTAPE 3 ET GRÂCE AUQUEL ELLE AURA GAGNÉ LA PARTIE!

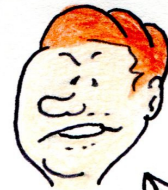


ÇA C'ÉTAIT LE CAS OÙ LA JOUEUSE 1 AVAIT  
UNE STRATÉGIE GAGNANTE. DANS L'AUTRE  
CAS, C'EST LE JOUEUR 2 QUI A UNE  
STRATÉGIE GAGNANTE.

C'EST LOGIQUE.

MAIS DIS-MOI  
CE QUE C'EST UNE  
STRATÉGIE GAGNANTE  
POUR LE JOUEUR 2.

ATTENDS...  
ATTENDS...



( RÉFLEXION  
INTENSE )

SI LE JOUEUR 2 A UNE STRATÉGIE  
GAGNANTE, ALORS QUEL QUE SOIT  
LE COUP DE LA JOUEUSE 1 À L'ÉTAPE 1,  
IL EXISTERA UN COUP QUE LE JOUEUR 2  
POURRA JOUER À L'ÉTAPE 2 TEL QUE,  
QUEL QUE SOIT LE COUP JOUÉ PAR  
LA JOUEUSE 1 À L'ÉTAPE 3, CE SERA  
LE JOUEUR 2 QUI AURA GAGNÉ LA  
PARTIE.

YES!



DONC TU VOIS QUE LES QUANTIFICATEURS,  
C'EST UN JEU.

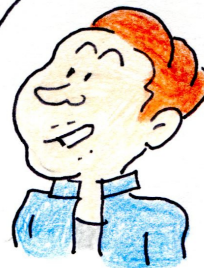
MOUAI. PLUS OU MOINS.

TU EMPLOIES LES  
EXPRESSIONS **QUEL**  
**QUE SOIT** ET **IL**  
**EXISTE** POUR PARLER  
DES STRATÉGIES.

ADMETTONS.

LE JEU PEUT  
COMPTER 3 ÉTAPES  
OU 4 OU 5 ETC.

OF COURSE.



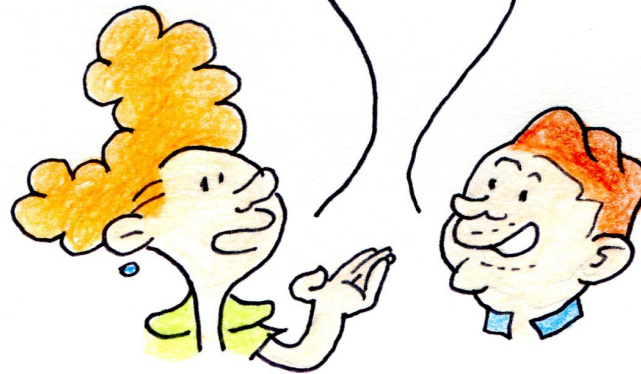
MERCI POUR TOUTES CES INFOS. SI  
C'EST PAS TROP ABUSATIONNER, TU  
PEUX AUSSI M'EXPLIQUER LES  
FONCTIONS CONTINUES ?

FACILE ! C'EST  
UN JEU.



L'HISTOIRE, C'EST QUE TU AS UNE  
FONCTION  $f$  ET TU VOUDRAIS SAVOIR  
SI ELLE EST CONTINUE EN  $x_0$ .

OK.



DISONS QUE LA FONCTION  $f$  A UN DOMAINE  
DE DÉFINITION  $D_f$  INCLUS DANS  $\mathbb{R}$ .  
À TOUT RÉEL  $x$  APPARTENANT À  $D_f$ ,  
ELLE ASSOCIE UN RÉEL  $f(x)$ . ET LE  
RÉEL  $x_0$  APPARTIENT À  $D_f$ .



C'EST UN JEU EN TROIS ÉTAPES.  
ÉTAPE 1: JE CHOISIS UN RÉEL  $\varepsilon > 0$ .  
ÉTAPE 2: TU CHOISIS UN RÉEL  $\alpha > 0$ .  
ÉTAPE 3: JE CHOISIS UN RÉEL  $x$   
APPARTENANT À  $D_f$ , TEL QUE  
 $|x - x_0| \leq \alpha$ .



AUTREMENT DIT,  $x$  APPARTIEN  
À  $[x_0 - \alpha, x_0 + \alpha] \cap D_f$ .

PUIS ON REGARDE QUI A GAGNÉ.  
SI ON A  $|f(x) - f(x_0)| \leq \epsilon$ , ALORS  
C'EST TOI LE GAGNANT. DANS LE  
CAS CONTRAIRE, ON A  $|f(x) - f(x_0)| > \epsilon$   
ET JE SUIS LA GAGNANTE.

TRÈS DISTRAYANT,  
TON JEU.



ET LÀ, SURPRISE ! DIRE QUE  $f$   
EST CONTINUE EN  $x_0$ , C'EST  
EXACTEMENT LA MÊME CHOSE  
QUE DE DIRE QUE TOI, JOUEUR 2,  
TU AS UNE STRATÉGIE GAGNANTE.

DINGUE !

COMPLÈTEMENT  
DINGUE !!!



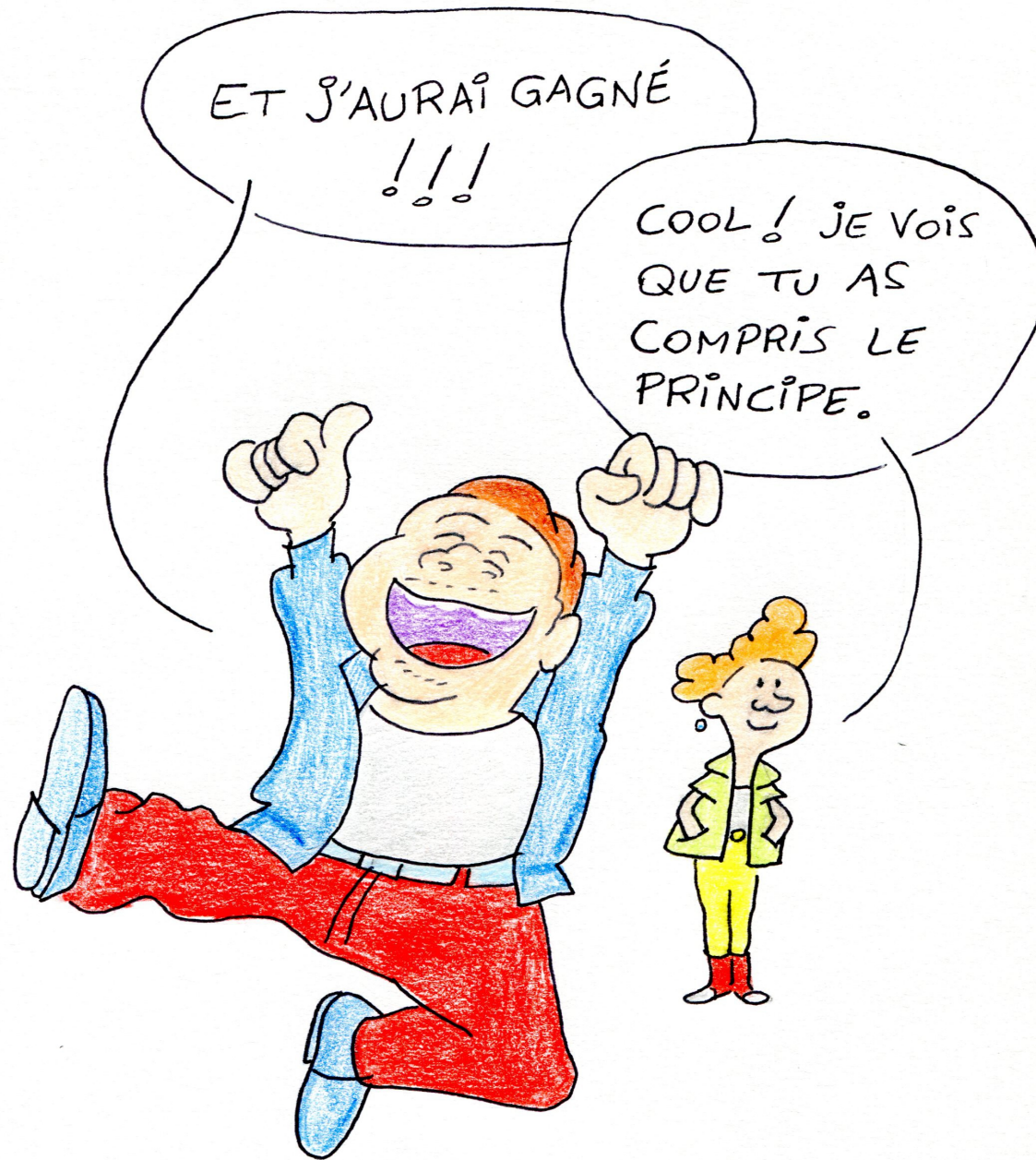
AUTREMENT DIT, QUEL QUE SOIT LE  
RÉEL  $\epsilon > 0$  QUE JE CHOISISSE ...

... IL EXISTE UN RÉEL  $\alpha > 0$   
QUE JE PEUX CHOISIR ...

... TEL QUE QUEL  
QUE SOIT LE RÉEL  $x$   
APPARTENANT À  
 $[x_0 - \alpha, x_0 + \alpha] \cap D_f$   
QUE JE CHOISISSE ...

... ON AURA  
 $|f(x) - f(x_0)| \leq \epsilon.$





ET J'AURAI GAGNÉ  
!!!

COOL ! JE VOIS  
QUE TU AS  
COMPRIS LE  
PRINCIPE.