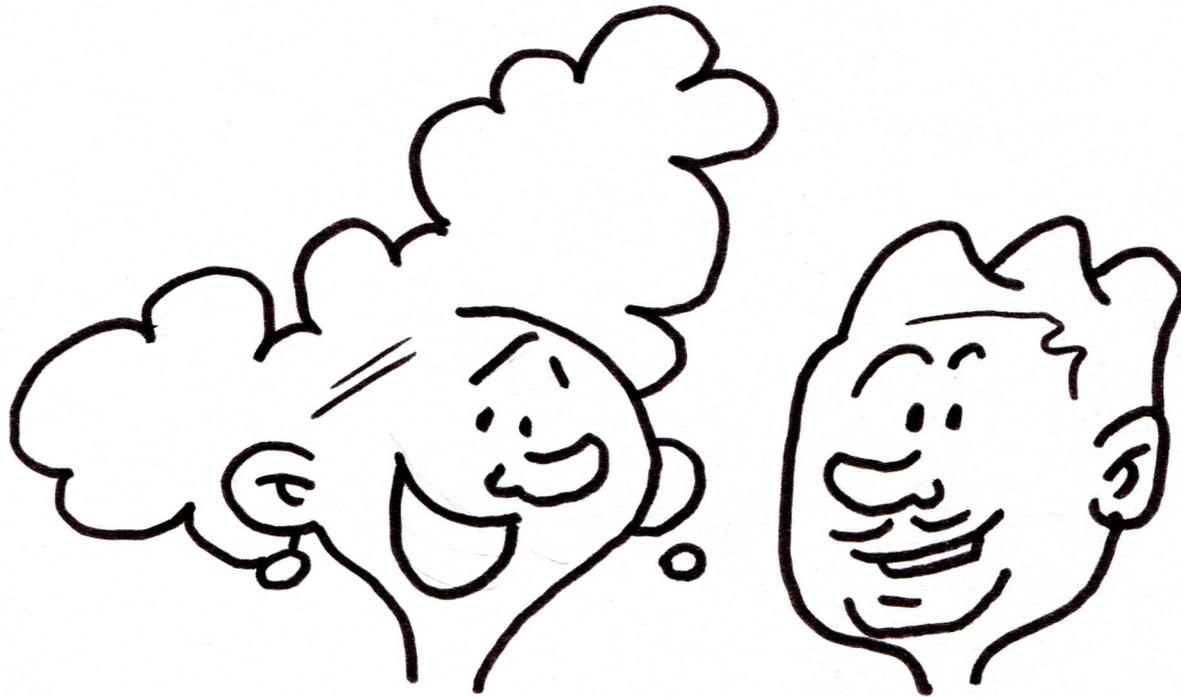


PROÉTALE et FILIPPO



PRÉSENTENT

Les quantificateurs et les fonctions continues

Texte et dessin : Jean-Paul Mohsen

FILIPPO A BRAVEMENT DÉCIDÉ
D'APPRENDRE LES FONCTIONS
CONTINUES.

OUAIS ! C'EST
DANS MON BOUQUIN !



SAUF QUE J'Y
PIGE QUEUD'S.



SAUF QU'IL Y PIGE QUEUD'S. MÊME
PAS LA DÉFINITION.

IL Y A PLEIN DE
TRUCS BIZARRES.

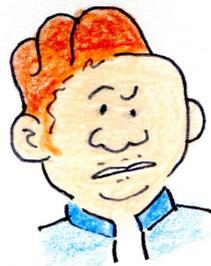


TU PARLES DES
QUANTIFICATEURS ?

Ouais, c'est ça.
JE VAIS ALLER ME
RENSEIGNER SUR
LES
QUANTIFICATEURS.

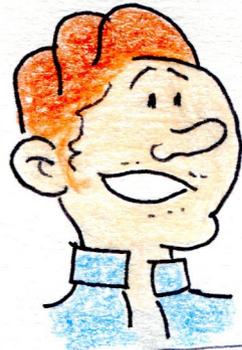
SALUT ! LES
QUANTIFICATEURS,
TU CONNAIS,
CES TRUCS ?

OUI. ILY EN A DEUX.
ILS S'APPELLENT :
QUEL QUE SOIT
ET
IL EXISTE.



JE PIGE
TOUJOURS
RIEN, LÀ.

IL Y A UNE IDÉE À
COMPRENDRE, DANS
CE CHARABIA ?



OUI !

IL Y A UNE IDÉE ! UNE
SEULE ! TU DOIS JUSTE
COMPRENDRE QUE C'EST
UN JEU.



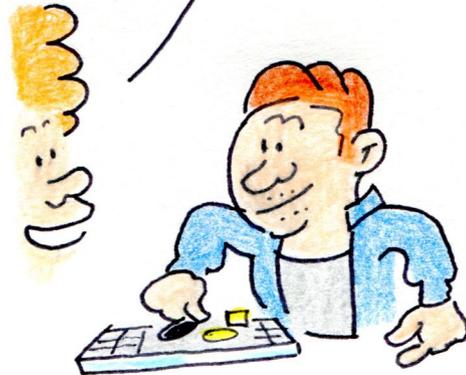
JE SUIS LA JOUEUSE
NUMÉRO 1, TU ES LE
JOUEUR 2 ET LE JEU
SE FAIT EN TROIS ÉTAPES.



PREMIÈRE ÉTAPE:
JE JOUE.



DEUXIÈME ÉTAPE:
TU JOUES.



TROISIÈME: JE
REJOUÉ.



ET ON REGARDE
QUI A GAGNÉ.



QU'EST CE QU'ON PEUT DIRE DE
CE JEU, D'UN POINT DE VUE
THÉORIQUE ?



BEN RIEN, VU
QU'ON NE SAIT
PAS QUEL JEU
C'EST !



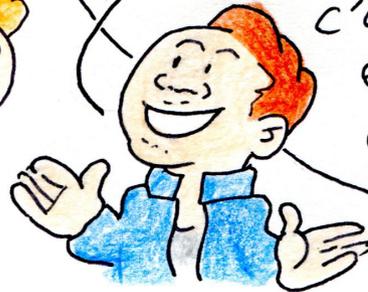
SI ! ON PEUT DIRE UNE CHOSE :
L'UN DES DEUX JOUEURS A
UNE STRATÉGIE GAGNANTE.



ÇA SIGNIFIE QUOI UNE STRATÉGIE
GAGNANTE, POUR LA JOUEUSE 1
PAR EXEMPLE ?



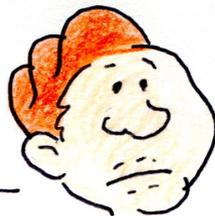
JÉ SAÏS. ÇA
SIGNIFIE QUE SI LES
DEUX JOUEURS JOUENT
PARFAITEMENT,
C'EST ELLE
QUI VA
GAGNER.



ET DONC, CONCRÈTEMENT ?

BEN... JE SAÏS PAS.

ALORS, ATTACHE TA CEINTURE.
C'EST LÀ, L'IDÉE IMPORTANTE.



SI ON SUPPOSE QUE LA JOUEUSE 1 A UNE STRATÉGIE GAGNANTE, ALORS IL EXISTE UN COUP QU'ELLE PEUT JOUER À L'ÉTAPE 1 TEL QUE, QUEL QUE SOIT LE COUP DU JOUEUR 2 À L'ÉTAPE 2, IL EXISTERA UN COUP QU'ELLE POURRA JOUER À L'ÉTAPE 3 ET GRÂCE AUQUEL ELLE AURA GAGNÉ LA PARTIE!

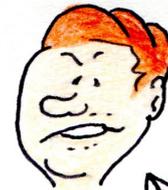


ÇA C'ÉTAIT LE CAS OÙ LA JOUEUSE 1 AVAIT
UNE STRATÉGIE GAGNANTE. DANS L'AUTRE
CAS, C'EST LE JOUEUR 2 QUI A UNE
STRATÉGIE GAGNANTE.

C'EST LOGIQUE.

MAIS DIS-MOI
CE QUE C'EST UNE
STRATÉGIE GAGNANTE
POUR LE JOUEUR 2.

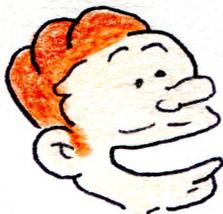
ATTENDS...
ATTENDS...



(RÉFLEXION
INTENSE)

SI LE JOUEUR 2 A UNE STRATÉGIE
GAGNANTE, ALORS QUEL QUE SOIT
LE COUP DE LA JOUEUSE 1 À L'ÉTAPE 1,
IL EXISTERA UN COUP QUE LE JOUEUR 2
POURRA JOUER À L'ÉTAPE 2 TEL QUE,
QUEL QUE SOIT LE COUP JOUÉ PAR
LA JOUEUSE 1 À L'ÉTAPE 3, CE SERA
LE JOUEUR 2 QUI AURA GAGNÉ LA
PARTIE.

YES!



DONC TU VOIS QUE LES QUANTIFICATEURS,
C'EST UN JEU.

MOUAI. PLUS OU MOINS.

TU EMPLOIES LES
EXPRESSIONS **QUEL**
QUE SOIT ET **IL**
EXISTE POUR PARLER
DES STRATÉGIES.

ADMETTONS.

LE JEU PEUT
COMPTER 3 ÉTAPES
OU 4 OU 5 ETC.

OF COURSE.



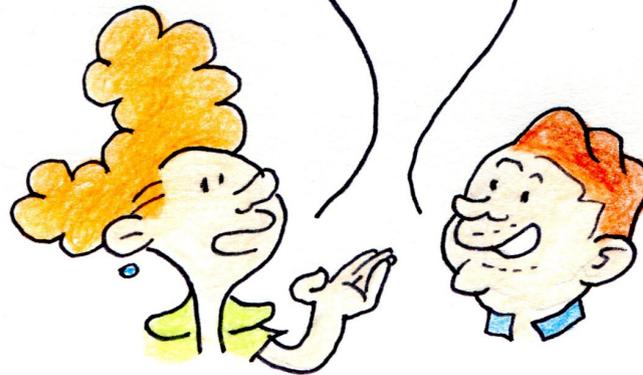
MERCI POUR TOUTES CES INFOS. SI
C'EST PAS TROP ABUSATIONNER, TU
PEUX AUSSI M'EXPLIQUER LES
FONCTIONS CONTINUES ?

FACILE ! C'EST
UN JEU.



L'HISTOIRE, C'EST QUE TU AS UNE
FONCTION f ET TU VOUDRAIS SAVOIR
SI ELLE EST CONTINUE EN x_0 .

OK.



DISONS QUE LA FONCTION f A UN DOMAINE
DE DÉFINITION D_f INCLUS DANS \mathbb{R} .
À TOUT RÉEL x APPARTENANT À D_f ,
ELLE ASSOCIE UN RÉEL $f(x)$. ET LE
RÉEL x_0 APPARTIENT À D_f .

C'EST UN JEU EN TROIS ÉTAPES.
ÉTAPE 1: JE CHOISIS UN RÉEL $\varepsilon > 0$.
ÉTAPE 2: TU CHOISIS UN RÉEL $\alpha > 0$.
ÉTAPE 3: JE CHOISIS UN RÉEL x
APPARTENANT À D_f , TEL QUE

$$|x - x_0| \leq \alpha.$$



AUTREMENT DIT, x APPARTIEN
À $[x_0 - \alpha, x_0 + \alpha] \cap D_f$.

PUIS ON REGARDE QUI A GAGNÉ.
SI ON A $|f(x) - f(x_0)| \leq \epsilon$, ALORS
C'EST TOI LE GAGNANT. DANS LE
CAS CONTRAIRE, ON A $|f(x) - f(x_0)| > \epsilon$
ET JE SUIS LA GAGNANTE.

TRÈS DISTRAYANT,
TON JEU.



ET LÀ, SURPRISE ! DIRE QUE f
EST CONTINUE EN x_0 , C'EST
EXACTEMENT LA MÊME CHOSE
QUE DE DIRE QUE TOI, JOUEUR 2,
TU AS UNE STRATÉGIE GAGNANTE.

DINGUE!

COMPLÈTEMENT
DINGUE !!!

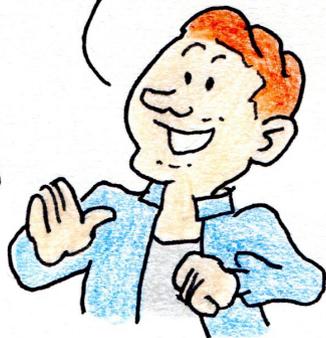


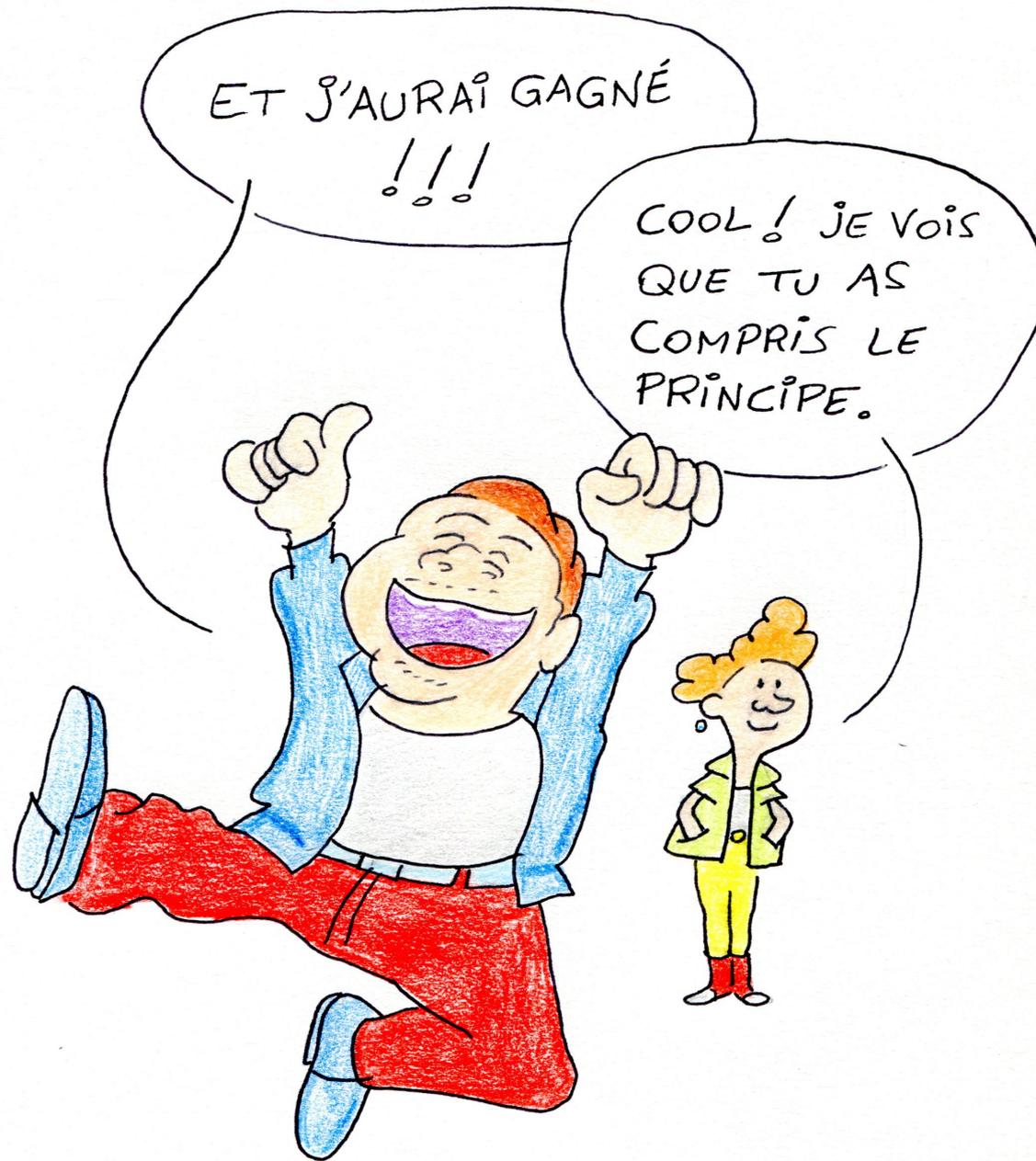
AUTREMENT DIT, QUEL QUE SOIT LE
RÉEL $\epsilon > 0$ QUE JE CHOISISSE ...

... IL EXISTE UN RÉEL $\alpha > 0$
QUE JE PEUX CHOISIR ...

... TEL QUE QUEL
QUE SOIT LE RÉEL x
APPARTENANT À
 $[x_0 - \alpha, x_0 + \alpha] \cap D_f$
QUE JE CHOISISSE ...

... ON AURA
 $|f(x) - f(x_0)| \leq \epsilon.$





ET J'AURAI GAGNÉ
!!!

COOL ! JE VOIS
QUE TU AS
COMPRIS LE
PRINCIPE.