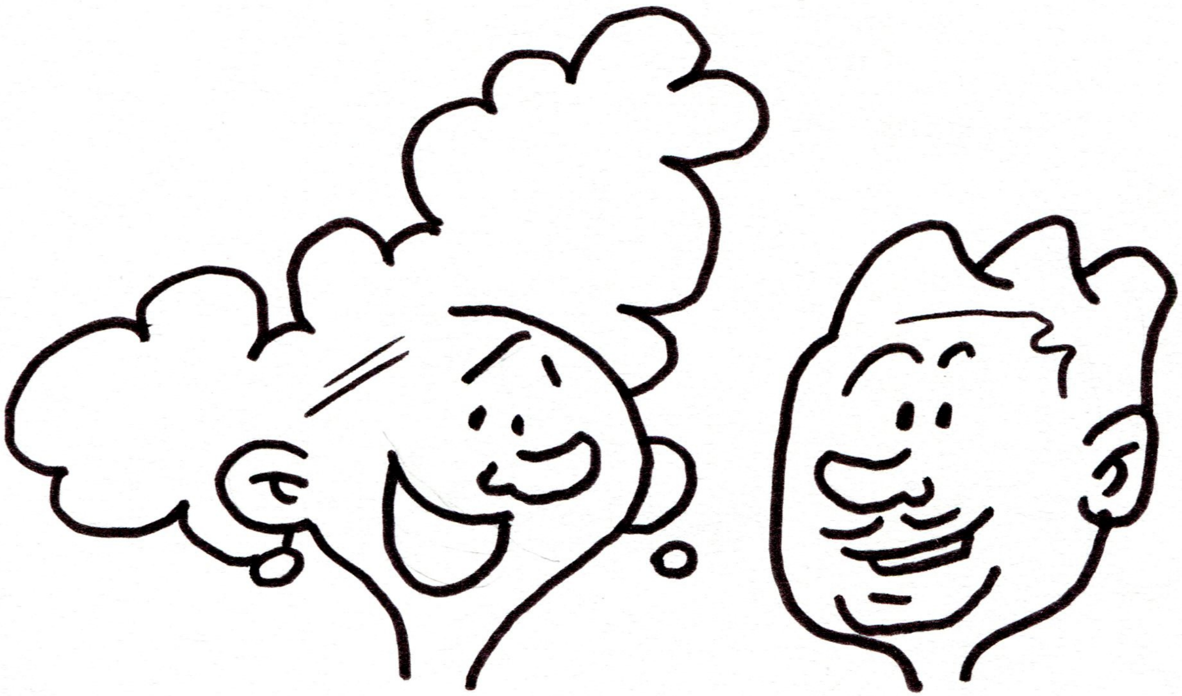
PROÉTALE et FILIPPO



PRÉSENTENT

Isométries

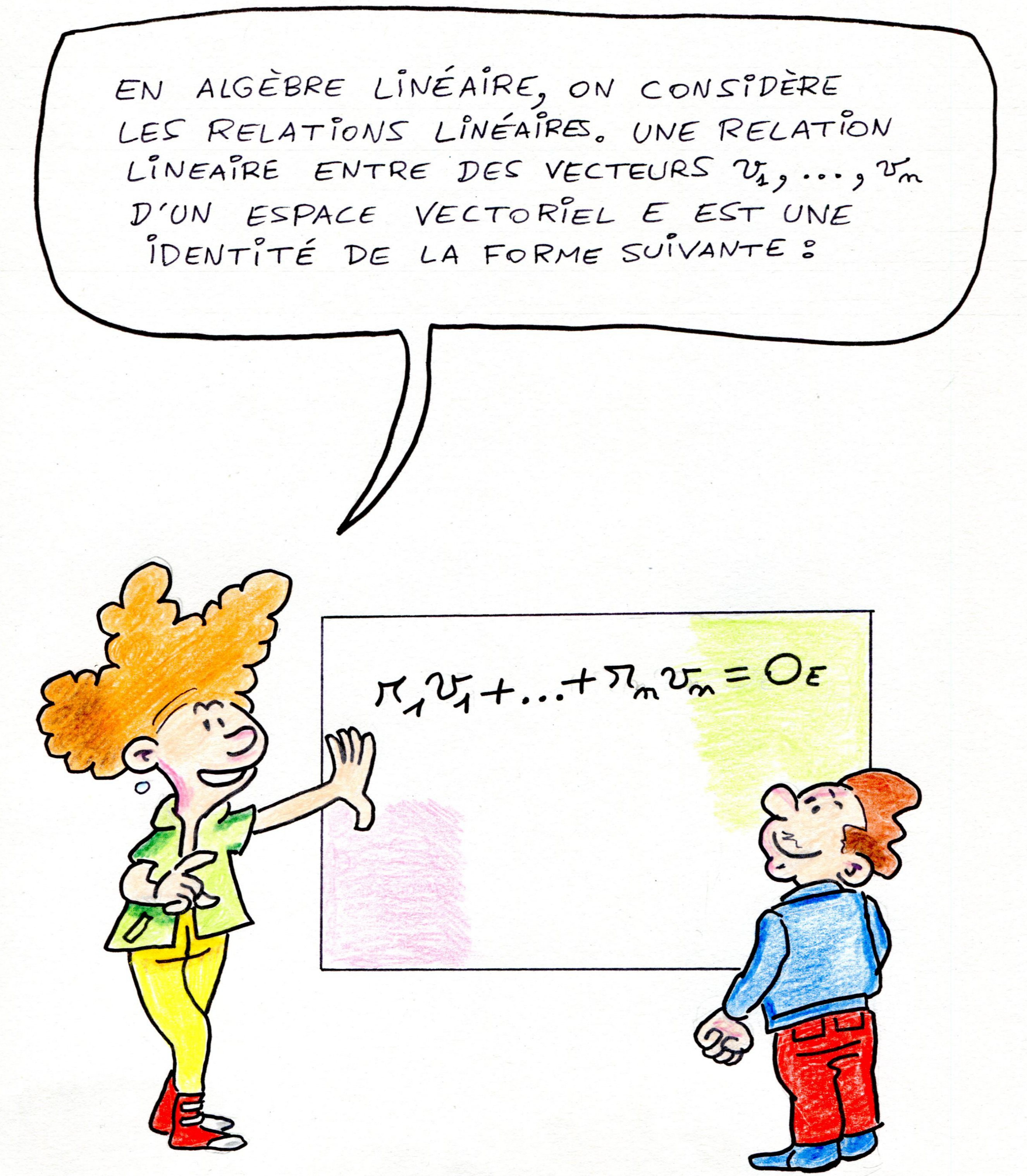
(Texte et dessin : Jean-Paul Mohsen)

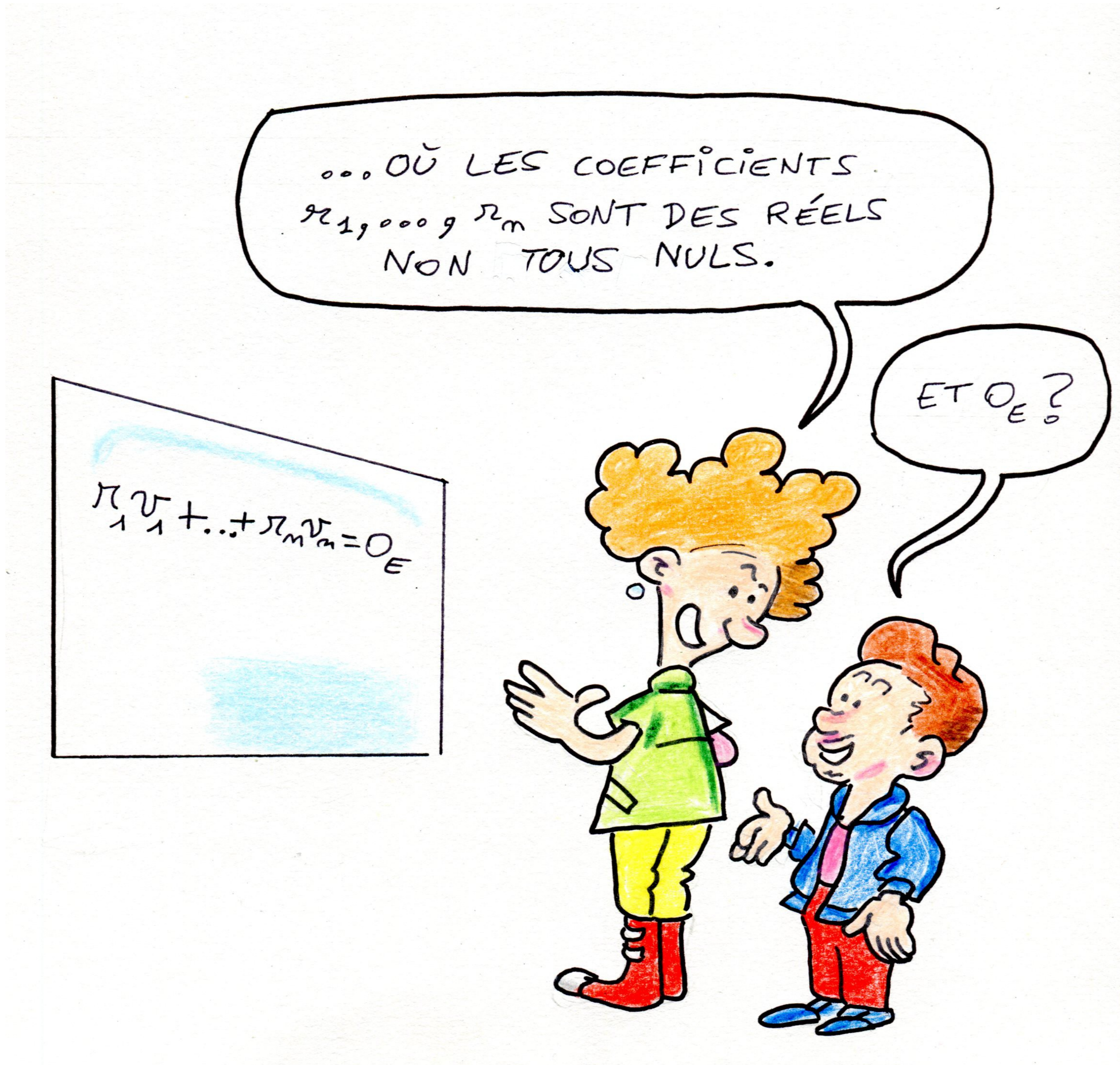
Episode 1 :

Les applications affines


AVERTISSEMENT : POUR LIRE CETTE BANDE DESSINÉE, IL FAUT CONNAÎTRE L'ALGÈBRE LINÉAIRE.
OU FAIRE SEMBLANT DE LA CONNAÎTRE !


COMMENT DÉCRIRE LA GÉOMÉTRIE AFFINE ? HUM... JE SAIS! C'EST LA SOEUR JUMELLE DE L'ALGÈBRE LINÉAIRE !

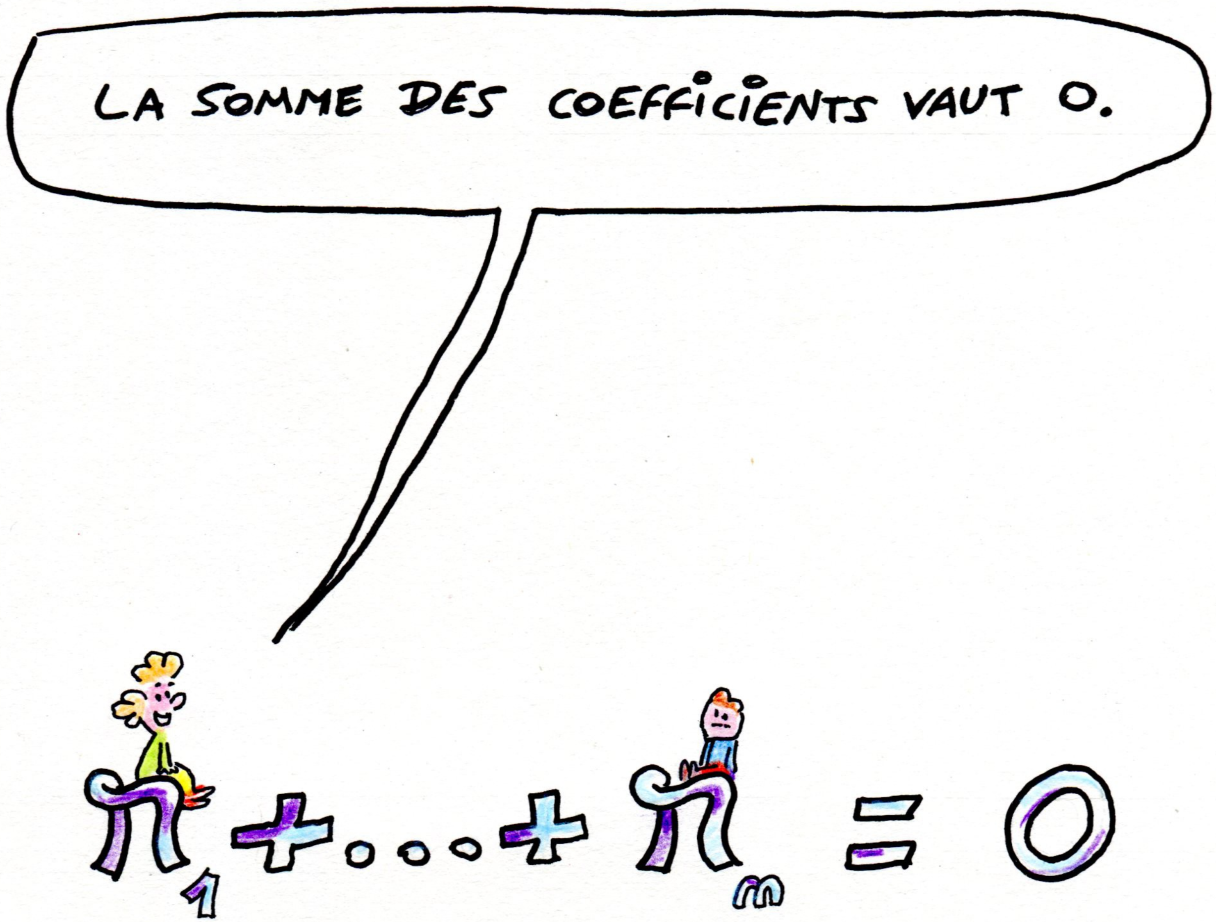

EN ALGÈBRE LINÉAIRE, ON CONSIDÈRE LES RELATIONS LINÉAIRES. UNE RELATION LINEAIRE ENTRE DES VECTEURS $v_1, \ldots, v_n$ D'UN ESPACE VECTORIEL E EST UNE IDENTITÉ DE LA FORME SUIVANTE :
$\pi_1 v_1 + \ldots + \pi_n v_n = 0_E$

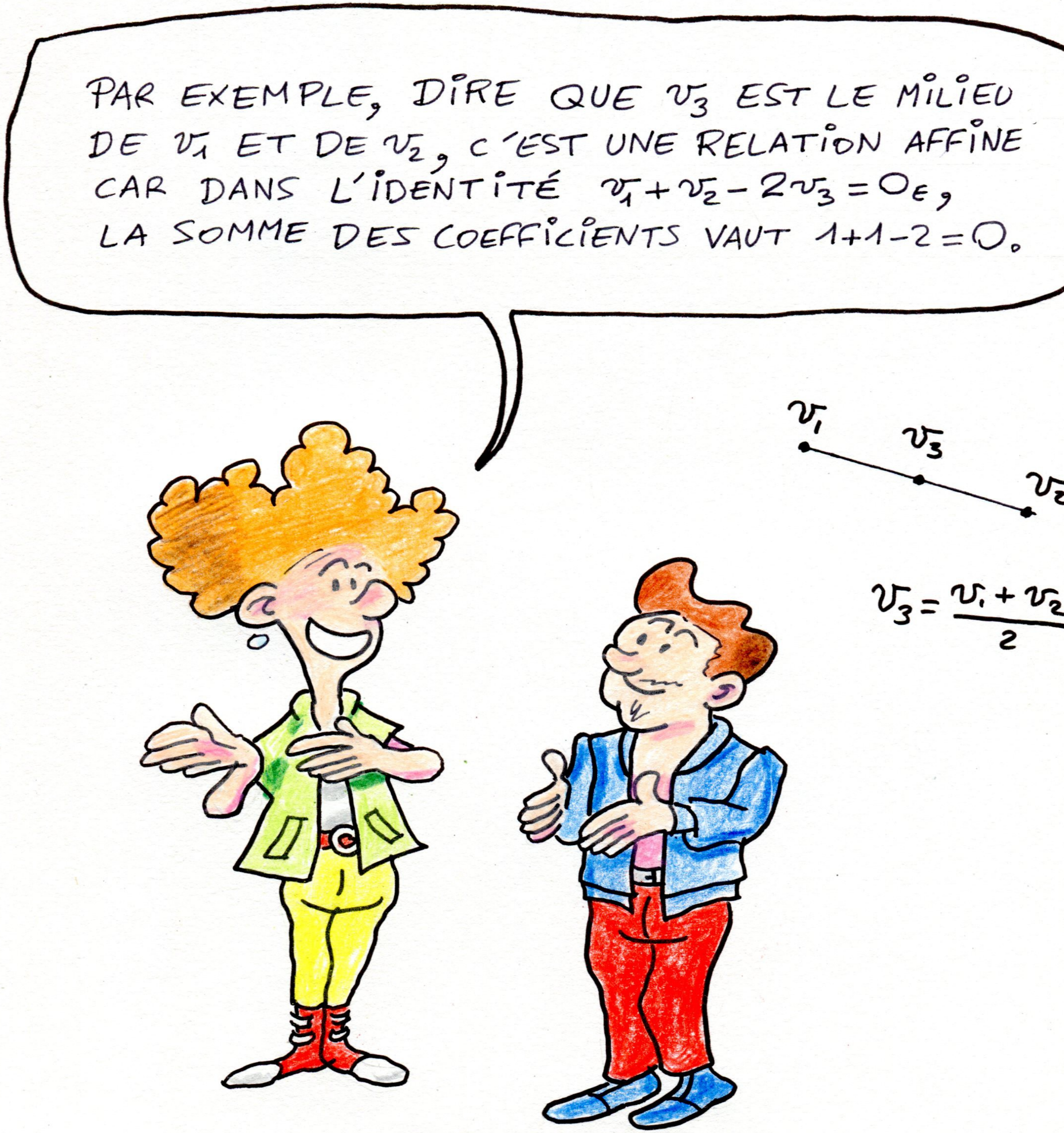

$r_1v_1+\ldots+r_nv_n=0_E$
...OÙ LES COEFFICIENTS $r_1,\ldots,r_n$ SONT DES RÉELS NON TOUS NULS.
ET 0_E ?


ET 0_E C'EST LE VECTEUR NUL.
HOUUUU!!! LE NUL!


DE LA MÊME FAÇON, EN GÉOMÉTRIE AFFINE, ON CONSIDÈRE LES RELATIONS AFFINES.
ÇA PARAÎT COHÉRENT.

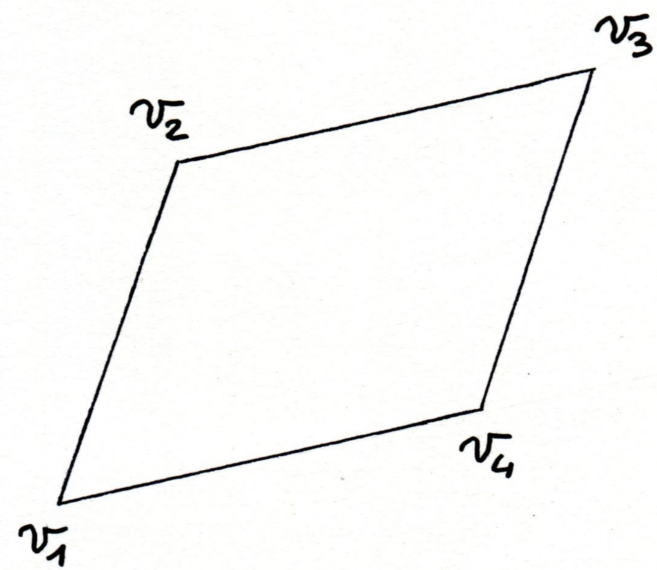

BON. MAIS C'EST QUOI UNE RELATION AFFINE ?
C'EST COMME UNE RELATION LINÉAIRE, AVEC UN TRUC EN PLUS...


LA SOMME DES COEFFICIENTS VAUT 0.


PAR EXEMPLE, DIRE QUE v_3 EST LE MILIEU DE v_1 ET DE v_2, C'EST UNE RELATION AFFINE CAR DANS L'IDENTITÉ $v_1+v_2-2v_3=0_E$, LA SOMME DES COEFFICIENTS VAUT $1+1-2=0$.
v_1
v_3
v_2
$v_3=\frac{v_1+v_2}{2}$

PAREIL POUR LA RELATION DU PARALLÉLOGRAMME :

$$v_1 - v_2 + v_3 - v_4 = 0_E$$

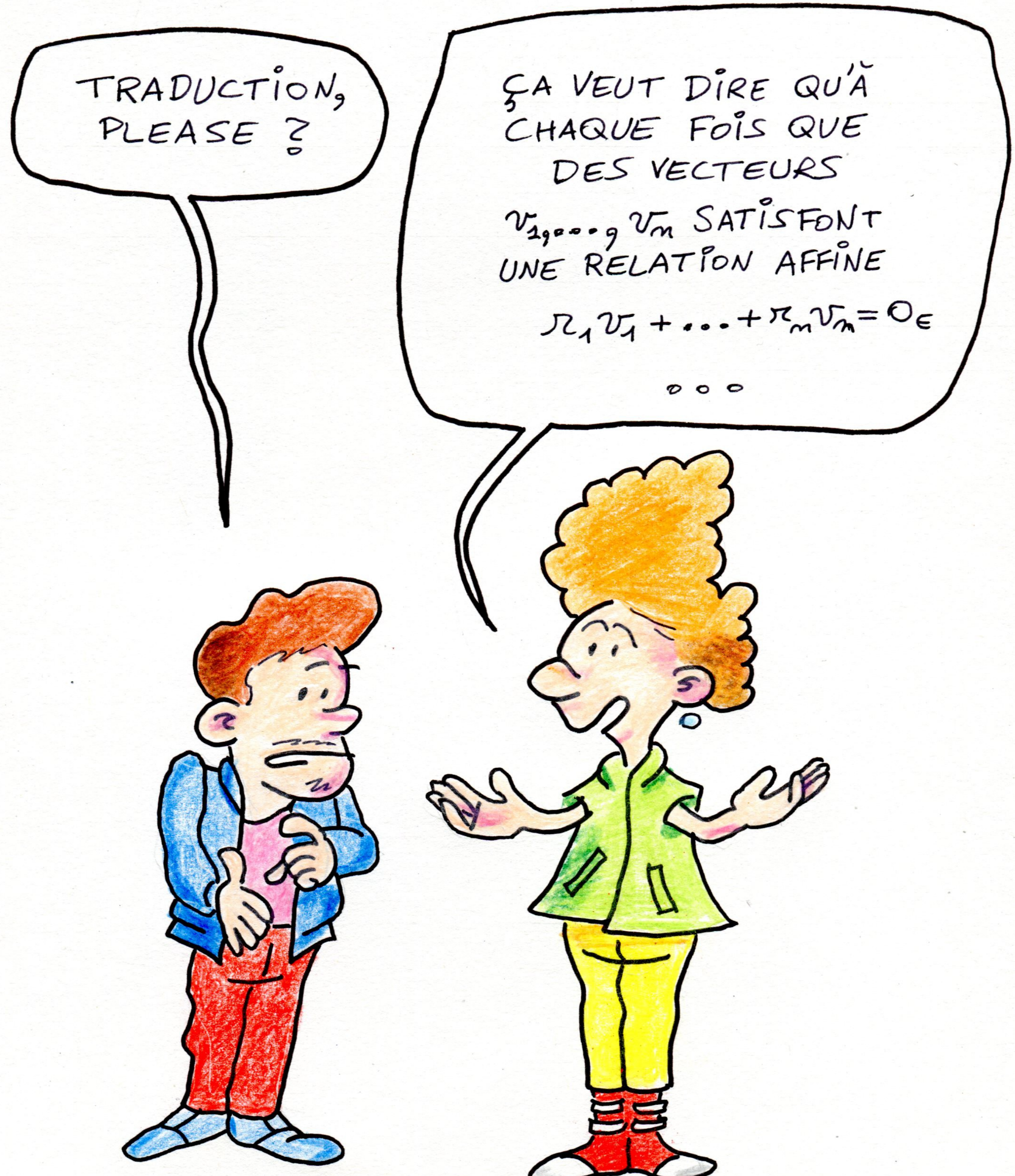


C'EST UNE RELATION AFFINE CAR :

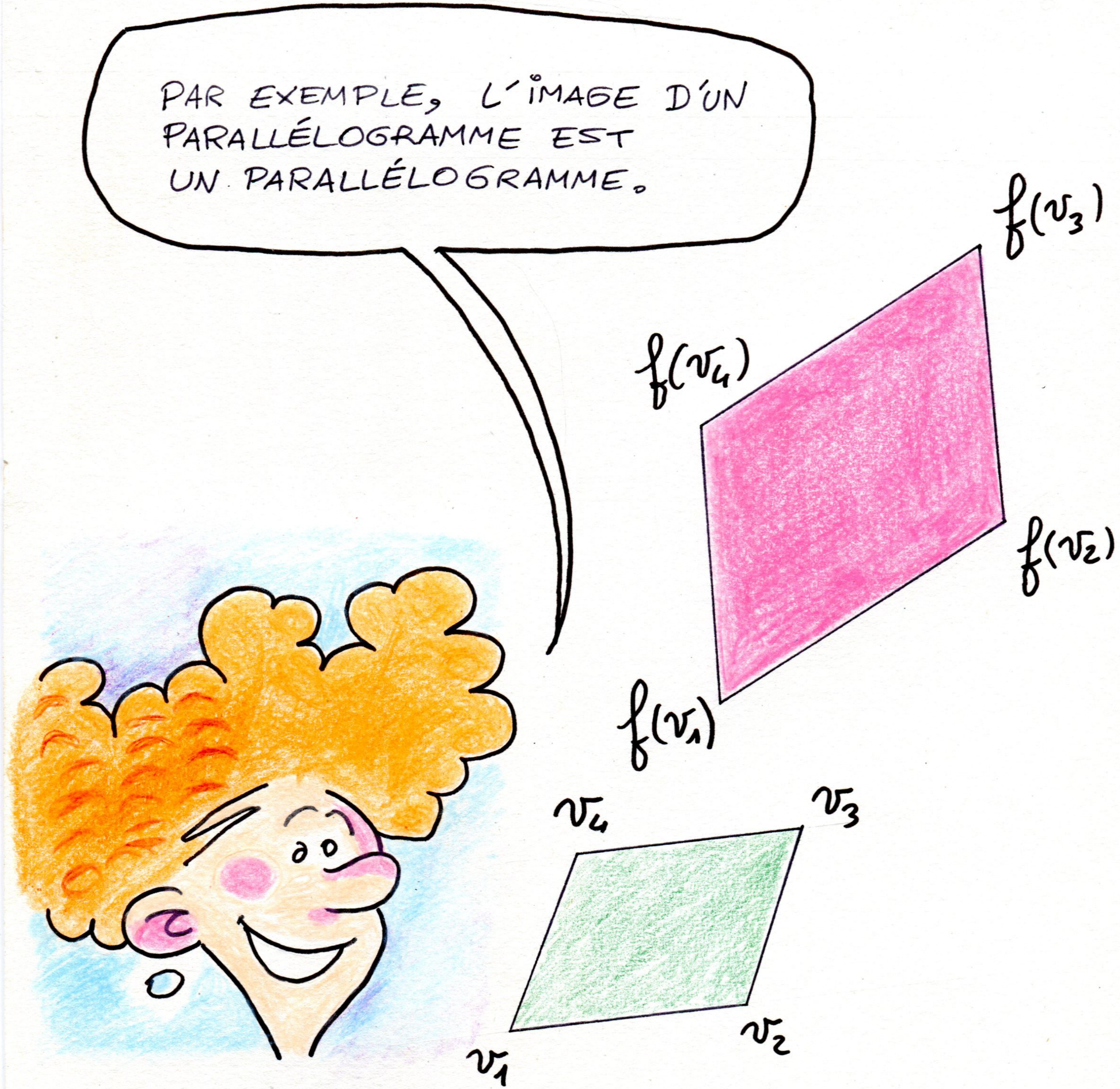
$$1 - 1 + 1 - 1 = 0$$


LES APPLICATIONS DE E VERS E QUI SONT INTÉRESSANTES EN GÉOMÉTRIE AFFINE SONT APPELÉES LES APPLICATIONS AFFINES.
ÇA SERAIT GENTIL DE ME DIRE À QUOI ELLES RESSEMBLENT.


PAR DÉFINITION, UNE APPLICATION f DE E VERS E EST AFFINE SI ELLE PRÉSERVE LES RELATIONS AFFINES.
EUH...


TRADUCTION, PLEASE ?
ÇA VEUT DIRE QU'À CHAQUE FOIS QUE DES VECTEURS $v_1, \ldots, v_n$ SATISFONT UNE RELATION AFFINE
$x_1 v_1 + \ldots + x_m v_m = 0_E$
...


... LEURS IMAGES $f(v_1), \dots, f(v_n)$ SATISFONT LA MÊME RELATION:
$r_1 f(v_1) + \dots + r_n f(v_n) = 0_E$.
BELLE DÉFINITION MAIS JE VOIS TOUJOURS PAS TROP CE QUE ÇA SIGNIFIE GÉOMÉTRIQUEMENT.


PAR EXEMPLE, L'IMAGE D'UN PARALLÉLOGRAMME EST UN PARALLÉLOGRAMME.
$f(v_3)$
$f(v_4)$
$f(v_2)$
$f(v_1)$
v_4
v_3
v_2
v_1


ET DEVINE CE QUE SERA L'IMAGE D'UN CARRÉ ?
CE SERA UN PARALLÉLOGRAMME, BIEN SÛR. TU CROYAIS QUE J'ALLAIS DIRE : "UN CARRÉ", PEUT-ÊTRE ?... GRANDE MALINE.