

## CURRICULUM VITAE

Nom	BEDARIDE	Situation	Maître de conférences
Prénom	NICOLAS	Adresse	Université d'Aix-Marseille
Date de naissance	26 mai 1976		CMI, I2M UMR 7373
Age	42 ans		39 Rue Joliot-Curie

Adresse électronique [nicolas.bedaride@univ-amu.fr](mailto:nicolas.bedaride@univ-amu.fr)  
Page personnelle [http : //www.i2m.univ-amu.fr/~bedaride](http://www.i2m.univ-amu.fr/~bedaride)

## DOMAINE DE RECHERCHE

**Mots clés.** Systèmes dynamiques, théorie ergodique.

Billard, billard dual, isométries par morceaux.

Dynamique symbolique, combinatoire des mots.

Pavages.

### Table des matières

- Cv p2
- Publications p3
- Enseignements p5
- Encadrement doctoral p6-7
- Animation scientifique p8
- Administration p10
- Résumé succinct des travaux p13
- Descriptif de ma recherche et projet p15

# FORMATION ET EXPÉRIENCES

## Formation

- Maître de conférences. Université Paul CÉZANNE. Marseille. 2007-...
- 2004-2007 ATER temps plein. Université AIX MARSEILLE III. Marseille.
- 2001–2005 Thèse de mathématiques à l’Institut de mathématiques de Luminy.
- 2001 DEA de mathématiques pures (Marseille).
- 2000 Agrégation de mathématiques.
- 1998 Capes de mathématiques.
- 1998 Maîtrise de mathématiques (Avignon).
- 1997 Licence de mathématiques (Avignon).
- 1993–1996 Classes préparatoires. Lycée du Parc, Lyon.
- 1993 Baccalauréat C.

## Parcours professionnel <sup>1</sup>

- Délégation CNRS un an. Santiago du Chili. Septembre 2017-Juin 2018.
- 04 novembre 2014 : Habilitation à diriger des recherches :  
”Substitutions et isométries par morceaux”.
- Congé CRCT six mois. Septembre 2014-Février 2015.
- Délégation CNRS six mois. Moscou Laboratoire Poncelet. Février-Aout 2011.

## Expériences d’enseignement

- Maître de conférences. Université Paul CÉZANNE. Marseille. 2007-...
- ATER 2004-2007. Université AIX MARSEILLE III. Marseille.
- Moniteur 2001-2004. Université de la Méditerranée. Marseille.

## PEDR

Titulaire de la PEDR (PES) 2008-2016. 2017-2021

## Divers

- Langues : Français, anglais, espagnol.
- Informatique : SAGE. $\LaTeX$ , HTML, Bases de données.

---

1. Petit lexique de la fusion : Jusqu’en 2011, il y a avait trois universités à Marseille : Provence, Méditerranée, Aix-Marseille III. Cette dernière a changé de nom en 2007 pour s’appeler Paul Cézanne. Depuis 2011 l’université unique se nomme Université d’Aix Marseille. Jusqu’en 2014 deux laboratoires de mathématiques étaient présents sur Marseille : LATP et IML. Depuis 2014, un seul laboratoire subsiste : l’I2M.

# PUBLICATIONS

## • Articles en cours de rédaction

30. Phase transition for QFT subshifts. Avec J. EMME. P. HUBERT. R. LEPLAIDEUR. 10 pages.
29. Thermodynamic formalism and substitutions. Phase transition. Avec P. HUBERT. R. LEPLAIDEUR. 30 pages.
28. Attractor set for piecewise rotations. Avec I. KABORE.
27. Cohomology and balanceness for cubic billiard words. Avec V. BERTHÉ et A. JULLIEN.
26. S-adic systems of complexity  $2n+1$  and translations on the torus. N. PYTHEAS FOGG. 20 pages.
25. Cohomology of cut and project tilings. Avec A. G. LECUONA. 30 pages.

## • Articles soumis

24. Tower power for  $S$ -adics. Avec A. HILION, M. LUSTIG. 30 pages.
23. Graph towers, laminations and their invariant measures. Avec A. HILION, M. LUSTIG. 50 pages.
22. Thermodynamic formalism and substitutions : Renormalization operator. Avec P. HUBERT. R. LEPLAIDEUR. 28 pages.
21. Symbolic dynamics for the piecewise rotations : Case of the bijective symmetric maps. Avec I. KABORE (Burkina Faso). 20 pages.

## • Articles acceptés dans des revues internationales avec comité de lecture.

20. Canonical projection tiling defined by patterns. Avec TH. FERNIQUE. **Geometriae Dedicata**. 2019 20 pages.
19. Topological substitution and Rauzy fractal. Avec A. HILION. T. JOLIVET. **Bulletin de la Société Mathématiques de France**, Vol 146, fascicule 3, pp 575-612.
18. Symbolic dynamics for the piecewise rotations : Case of the bijective non symmetric maps. Avec Id. KABORE (Burkina Faso). **Qualitative theory of dynamical systems**, 2018 Vol 7, n3, 651-664.
17. Polygon exchange transformation, Hausdorff dimension. Avec J.F. BERTAZZON. **Transactions of the American mathematical society**. Vol 370 (2018), no. 1, 357–391.
16. Weak local rules for planar octagonal tilings. Avec Th. FERNIQUE. **Israel Journal of mathematics**. 2017 Vol 222. pp. 63-89.
15. No weak local rules for the  $4p$ -fold tilings. Avec Th. FERNIQUE (LIPN, Paris). **Discrete and computational geometry**. 2015. Volume 54, Issue 4, Page 980-992.
14. When periodicities enforce aperiodicity. Avec Th. FERNIQUE (LIPN, Paris). **Communication in Mathematical Physics**. 2015 Volume 335, Issue 3, Page 1099-1120
13. Regular simplex with periodic billiard orbits. Avec M. RAO (LIF, Lyon). **Proceedings of the American mathematical Society**. 2014 Volume 142 (10), pp 3511-3519.
12. Minoration of the complexity function associated to a translation on the torus. Avec J.F. BERTAZZON (LATP, Marseille). **Monatshefte fur Mathematik**. 2013 Volume 171, Issue 3, pp 291-304.

11. Geometric realizations of substitutive tilings. Avec A. HILION (I2M, Marseille).  
**The Quarterly Journal of Mathematics (Oxford)**. 2013 Volume 4, pp 255-279.
10. Characterization of quasi-rational polygons.  
**Nonlinearity**. 2012 Volume 25 pp 3099-3110.
9. Dual billiard : Combinatorial study. Avec Julien CASSAIGNE (IML, Marseille).  
**Journal of the London mathematical society**. 2011 Numero 83 Volume 2. pp 301-323.
8. Comptage de mots sturmiens avec un nombre fixe de zéros. Avec E. DOMENJOUR (LORIA, Nancy), D. JAMET (LORIA, Nancy), J.L. REMY (LORIA, Nancy).  
**Discrete and theoretical computer sciences**. 2010 Volume 3, pp 41-62.
7. Directional complexity of the hypercubic billiard.  
**Discrete mathematics**. Volume 309 (2009), pp. 2053-2066.
6. Combinatoire du billard.  
**Actes du séminaire de théorie spectrale et géométrie de Grenoble**. 2008.
5. Periodic trajectories in polyhedron.  
**Forum geometricorum**. 2008 volume 8, pages 107-120.
4. Classification of rotations on the torus  $\mathbb{T}^2$ .  
**Theoretical Computer Sciences**. 2007, volume 385, issues 1-3, pp 214-225.
3. Topological entropy of polyhedral billiard.  
**Discrete and continuous dynamical systems. Serie A**. 2007, volume 19, numéro 1, pp 89-102.
2. Global complexity of the cubic billiard. Avec Pascal HUBERT (LATP, Marseille).  
**Annales de l'Institut Fourier**. 2007, tome 57, numéro 3, pp 719-738.
1. Directional billiard complexity in rational polyhedra.  
**Regular and chaotic dynamical systems**. 2003 volume 3, pp 97-104.

• **Thèses**

- Habilitation à diriger des recherches : Substitutions et isométries par morceaux.  
Université Aix Marseille. Novembre 2014. Jury :
  - MARIE-CLAUDE ARNAUD-DELABRIÈRE. Professeur, Université d'Avignon.
  - VALÉRIE BERTHÉ. Directrice de recherches, LIAFA, Paris.
  - FABIEN DURAND. Professeur, LAMFA, Université Haute Picardie.
  - JEAN-MARC GAMBAUDO. Directeur de recherches, Institut non linéaire de Nice.
  - PASCAL HUBERT. Professeur, I2M, Université d'Aix Marseille.
  - MARTIN LUSTIG. Professeur, I2M, Université d'Aix Marseille.
  - LUCA ZAMBONI. Professeur, ICJ, Université Lyon I.
 Après avis des rapporteurs :
  - ANTHONY QUAS. Professeur, Université Victoria Canada.
  - RICHARD EVAN SCHWARTZ. Professeur, Université Brown Providence.
  - LUCA ZAMBONI. Professeur, Institut Camille Jordan, Université Lyon I
- Thèse de doctorat : Étude du billard dans un polyèdre.  
Université de la Méditerranée. Mai 2005. Jury :
  - PIERRE ARNOUX. Marseille.
  - JEAN BERSTEL. Marne la Vallée.

- VALÉRIE BERTHÉ. Paris.
- JORG SCHMELING. Lund university.
- SERGE TROUBETZKOY. Marseille.
- ANTON ZORICH. Rennes.

— Mémoire de DEA encadré par PIERRE ARNOUX :  
Points rationnels pour l'algorithme de fraction continue de VEECH.

Les articles sont téléchargeables à l'adresse :

<http://arxiv.org/archive/math>

# ENSEIGNEMENT

Depuis ma thèse j'ai principalement enseigné de l'algèbre et de la géométrie à tout niveau (sauf Master 1). J'ai aussi donné deux cours de Master 2 lié à mes thématiques de recherche. Enfin j'ai donné quelques cours plus tournés vers les techniques de calcul pour des étudiants en physique et en biologie. Ces enseignements ont pu prendre la forme de cours magistraux, de cours-td et de travaux dirigés.

- **Septembre 2018-Juin 2019. 192 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours en préparation à l'agrégation externe : Algèbre linéaire. 54h.
  - Cours en préparation à l'agrégation interne : Algèbre. 19h.
  - Cours en M1 de mathématiques. Algèbre et géométrie. 40h.
  - Cours-td L2 math MPCI. 80h.
- **Septembre 2017-Juin 2018. 0 heures.**  
Délégation CNRS.
- **Septembre 2016-Juin 2017. 192 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours en préparation à l'agrégation externe : Algèbre linéaire. 54h.
  - Cours en préparation à l'agrégation interne : Algèbre. 45h.
  - Encadrement TER M1. 12h.
  - Encadrement deux projets L2 math MPCI. 12h.
  - Stages hippocampes. Classes de collège. 24h.
- **Septembre 2015-Juin 2016. 192 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours en préparation à l'agrégation externe : Anneaux, Polynômes, Géométrie. 54h.
  - Cours en préparation à l'agrégation interne : Groupes, anneaux, corps, géométrie. 45h.
  - Cours Master 2. Géométrie hyperbolique. 36h.
  - Cours L3. Géométrie différentielle. 36h.
  - Encadrement TER M1 : Suite logistique. 12h.
- **Septembre 2014-Juin 2015. 96 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours en préparation à l'agrégation externe : Géométrie. 54h.
  - Cours en préparation à l'agrégation interne : Groupes, anneaux, corps, géométrie. 45h.
- **Septembre 2013-Juin 2014. 192 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours td en L2 Mathématiques physique chimie informatiques : Algèbre linéaire. 90h.
  - Encadrement de projet en L2 Mathématiques physique chimie informatiques : 10h.
  - Cours en préparation à l'agrégation externe : Géométrie. 54h.
  - Cours en préparation à l'agrégation interne : Groupes. 40h.
- **Septembre 2012-Juin 2013. 192 heures.**  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en L1 mathématiques : Algèbre linéaire. 40h.
  - Cours td en L1 physique chimie : Fonctions, intégrales, calcul différentiel. 90h.
  - Cours en préparation à l'agrégation : Algèbre bilinéaire. 40h.
  - Cours de M2 : Théorie des pavages. 36h.

- **Septembre 2011-Juin 2012. 192 heures.**  
 MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en L1 biologie de MA106 : Notions de base. 15h.
  - Cours magistral en L1 mathématiques de MA102 : Géométrie, polynômes. 72h.
  - Td en L2 mathématiques de MA301 : Suites et séries de fonctions. 36h.
  - Cours magistral en L3 mathématiques de MA502 : Introduction aux groupes. 30h.
  - Cours en préparation à l'agrégation : algèbre bilinéaire. 40h.
- **Septembre 2010-Juin 2011. 96 heures.**  
 MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en L1 mathématiques de MA102 : Géométrie, polynômes.
- **Septembre 2009-Juin 2010. 192 heures.**  
 MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en L2 mathématiques et Td de MA302 : Algèbre linéaire et bilinéaire : réduction, dualité, produit scalaire. 144 heures.
  - Td IUT en deuxième année. 24 heures.
  - Encadrement d'un T.E.R de M1 sur les polyèdres réguliers. 12h.
  - Enseignant référent en deuxième année. 12h.
- **Septembre 2008-Juin 2009. 192 heures.**  
 MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en L2 mathématiques et Td de MA302 : Algèbre linéaire et bilinéaire : réduction, dualité, produit scalaire. 72 heures.
  - Td en L3 : Algèbre et géométrie. 40 heures.
  - Td IUT en deuxième année. 24 heures.
  - Encadrement d'un T.E.R de M1 sur les pavages périodiques du plan. 12h.
  - Enseignant référent en première année. 12h.
  - 48 heures de décharge accordée pendant les deux premières années de maître de conférences.
- **Septembre 2007-Juin 2008. 192 heures.**  
 MAÎTRE DE CONFÉRENCES.
  - Cours magistral en première année d'IUT, département mesures physiques. 37 heures.
  - Td en L2 mathématiques de M109 : Algèbre bilinéaire, dualité, produit scalaire. 36 heures.
  - Td en L1 biologie de M24 : Mathématiques de base. 27 heures.
  - Td en L3 : Algèbre et géométrie. 36 heures.
  - Tp Maple : licence SPI : 8 heures.
  - 48 heures de décharge accordée pendant les deux premières années de maître de conférences.
- **Septembre 2004-septembre 2007. 192 heures par an.**  
 ATER temps plein. Université Paul Cézanne. Département mesures physiques de l'IUT de Marseille.  
 Cours magistraux durant un semestre en 2006-2007. Travaux dirigés dans les deux années d'étude
- **Septembre 2001- septembre 2004. 64 heures par an.**  
 MONITEUR. Université de la Méditerranée. Travaux dirigés dans les deux premières années du L.
  - Techniques de calcul 2003-2004.

— Mathématiques de base 2001-2003.

## ENCADREMENT D'ÉTUDIANTS DE MASTER

— **Mémoires de Master 2 :**

— NANA MAHAMADI, Burkina Faso. Printemps 2019.

Sujet : Substitutions et dynamique symbolique. Survol des résultats connus.

— Encadrement de BOUKERROUCHA IMANE 2016.

Sujet : Billard dual polygonal dans le plan hyperbolique. Article de S. Tabachnikov sur l'existence de points d'orbite non bornée.

— Encadrement de JORDAN EMME 2013.

Sujet : Pavage et groupes. Articles de Conway, Kenyon sur les pavages par dominos.

— Participation aux **jurys de thèse :**

— Moussa Barro (directeur Théodore Tapsoba). Rapporteur de la thèse. Mai 2018, Burkina Faso

Sujet : Etude combinatoire des mots par insertion  $k$  à  $k$  et par effacement dans les mots sturmiens.

— Bjorn Manson (directeur François Gautero) en juillet 2017 à Nice.

Sujet : Pavages et automorphismes de groupe libre.

— Angel Pardo (directeur Pascal Hubert) en juin 2017 à Marseille.

Sujet : Comptage d'orbites périodiques dans le modèle de Windtree.

— Ibrahim Feeda (directeur Martin Lustig) en juin 2012 à Marseille.

Sujet : Automorphismes de groupe libre.

— Encadrement de **mémoires de M1 (TER)**

— 2017 Théorème d'Oseledets.

— 2016 Suite logistique et bifurcation. .

— 2009 Pavages périodiques de l'espace euclidien.

— 2008, Polyèdres réguliers

— Encadrement d'un projet d'étudiants chinois de Master 1. (Dimension de Hausdorff et systèmes dynamiques). **France excellence : écoles d'été en mathématiques.** Une semaine en Juillet 2017.

## ENCADREMENT DOCTORAL

• 2013-2016, co-encadrement avec Pascal Hubert de la thèse de JORDAN EMME. **Sujet :** Systèmes dynamiques substitutifs et renormalisations

Quatre articles issus de la thèse :

— Spectral measures for substitutive tilings. Accepté à **Moscow mathematical journal**.

— Correlation measures associated to Pascal adic transformation. Avec A. Prikhodko. Accepté à **Integers**.

— Thermodynamic formalism for  $k$ -bonacci substitutions. Accepté à **DCDS**.

— Central limit theorem for probability measures defined by sum-of-digits function in base 2. Avec P. Hubert. Accepté à **Ecole normale de Pise**.

Soutenance le **24 novembre 2016** devant le jury :

— JEROME BUZZI. Directeur de recherches, Orsay.



- VALÉRIE BERTHÉ. Directrice de recherches, LIAFA, Paris.
- FABIEN DURAND. Professeur, LAMFA, Université Haute Picardie.
- ALEXANDER BUFETOV, Directeur de recherches, I2M Marseille.
- PASCAL HUBERT. Professeur, I2M, Université d'Aix Marseille.
- SEBASTIEN GOUEZEL. Directeur de recherches, Nantes.

— Après avis des rapporteurs :

- FABIEN DURAND. Professeur, LAMFA, Université Haute Picardie.
- BORIS SOLOMYAK. Professeur, Israël.

Jordan est lecteur Hadamard à la fondation Jacques Hadamard pour la période 2017-2020.

# ANIMATION SCIENTIFIQUE

## — Organisation de colloques internationaux

- "MOIS THÉMATIQUE : SYSTÈMES DYNAMIQUES ET INTERACTION.  
Marseille CIRM Février 2017, co-organisé avec J. Cassaigne et P. Hubert.  
**5 semaines de conférences.**
- "IMPACTS EN GÉOMÉTRIE DES GROUPES"  
Marseille CIRM Juillet 2015, une semaine, co-organisé avec G. Arzhantsvea, A. Hilion et D. Gaboriau.  
<http://programme-scientifique.weebly.com/1224.html>
- "RENCONTRE DE DYNAMIQUE À PORQUEROLLES"  
Porquerolles, Juin 2015.
- "SCHOOL ON GEOMETRY AND DYNAMICS"  
Marseille CIRM Avril 2014, une semaine, co-organisé avec A. Bufetov et P. Hubert.  
<http://www.http://geomdynmrs14.sciencesconf.org/>
- "LAMINATIONS ET DYNAMIQUE SYMBOLIQUE"  
Marseille CIRM Avril 2012, une semaine, co-organisé avec A. Hilion et P. Reynolds.  
<http://www.math.utah.edu/reynolds/ANRlam/index.html/>
- "MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE, VERS DE NOUVELLES INTERACTIONS".  
Marseille CIRM, février- septembre 2010, semestre thématique.  
**Cinq semaines de conférences** entre le premier février et le cinq mars, co-organisé avec J. Cassaigne, T. Fernique, T. Monteil, M. Sablik :  
Plusieurs groupes de travail durant le semestre.
- "WORDS 07". Marseille, septembre 2007, une semaine co-organisé avec J. Cassaigne.

## — Séminaires

- Co-organisation de la journée de dynamique Marseille-Avignon. Juin 2017 Marseille.
- Co-organisation de la journée de dynamique Marseille-Avignon. Juin 2014 Avignon.
- Organisation du séminaire ALGÈBRE DYNAMIQUE TOPOLOGIE du LATP 2011-2013.
- Organisation du séminaire des doctorants à Marseille. 2001-2006.

## — ANR

Membre des ANR suivantes :

- ANR QUASICOOL (quasicristaux) : 2013-2017, porteur Thomas Fernique.
- ANR VALET (représentations, théorie ergodique) : 2014-2016<sup>2</sup>, porteur Alexander Bufetov.
- ANR LAM (Laminations) : 2011-2015, porteur Arnaud Hilion.

## — Comités de sélection

- Membre du comité de Sélection sur un poste Mcf 25 à l'université Pierre&Marie Curie. Mai 2015.
- Membre du comité de Sélection sur un poste Mcf 25 à l'université Aix Marseille. Mai 2013.
- Membre du comité de Sélection sur un poste Mcf 25 à l'université Paul Cézanne. Mai 2011.

---

2. Le projet s'est arrêté plus tôt que prévu car le porteur a obtenu une bourse européenne incompatible avec l'ANR

- Membre du comité de Sélection sur un poste Mcf 25 à l'université Paul Cézanne. Mai 2008.
- **Pédagogie**  
Je suis membre de l'association Maths pour tous et de son conseil d'administration.
  - Participation au Forum des mathématiques vivantes. Marseille Mars 2015.
  - Participation colloque Maths en Jeans. 2015 Avignon.
  - Exposé Forum de Mathématiques 2015 Aix en Provence.
  - Encadrement de collégiens pour Maths en Jeans. 2014-2015.
  - Participation colloque Maths en Jeans. 2014 Lyon.
  - Encadrement de collégiens pour Maths en Jeans. 2013-2014.
  - Forum de Mathématiques et Congrès Maths en Jeans. Avril 2013.
  - Journée Mathématiques et Magie : Aix en Provence : Janvier 2012.
  - Participation à la fête de la science à la Cité des sciences, Paris : 2006 et 2009.
- **Rapports**
  - Rapporteur pour "Mathreviews" : 40 articles résumés.
  - Arbitrage pour les revues "Ergodic theory and dynamical systems, Nonlinearity, Discrete and continuous dynamical systems, Dynamical systems, Theoretical computer science, Journal of automata, languages and combinatorics".
  - Arbitrage d'un livre pour Princeton University Press.
- **FNRS** Rapporteur de projet pour le FNRS : Fonds de la recherche scientifique belge.
- **SMF** Membre du jury du Concours SMF Junior 2018.

## CHARGES ADMINISTRATIVES

- Responsable du M2 mathématiques fondamentales. 2020-2021.
- Membre du conseil de laboratoire de l'I2M. 2018-2022
- Responsable de la préparation à l'agrégation externe 2015-2017
- Membre de la commission doctorale de l'I2M. 2016-...
- Membre du bureau du département de Mathématiques 2012-2016
- Membre du conseil du département de Mathématiques 2012-2016
- Membre du bureau provisoire du département de Mathématiques 2011-2012.
- Membre de la commission de répartition des enseignements de mathématiques 2011-2012.
- Recrutement de vacataires en Mathématiques, Université Paul Cézanne 2009-2011.
- Responsabilité de la grille d'enseignement de la licence MI, Université Paul Cézanne 2009-2011.
- Membre de l'équipe pédagogique de la licence MI, Université Paul Cézanne 2008-2011.

# INVITATIONS

15. Conférence CIMPA. Bangladesh. Juin 2019.
14. Cours de M2, Bejaia. Algérie. Mars 2019.
13. Conférence SOMACHI. Talca, Chili. Novembre 2017.
12. Cours Master 1 de dynamique symbolique. Bobo Dioulasso, Burkina Faso. Avril 2017.
11. Colloque SMF. Tours, Juin 2016.
10. Cours Master 1 de dynamique symbolique. Bobo Dioulasso, Burkina Faso. Avril 2016.
9. Cours à l'école CIMPA : Pavages et combinatoire. Août 2015.
8. Cours à l'école CIMPA : Combinatoire des mots, dynamique. Bobo Dioulasso, Burkina Faso. Octobre 2012.
7. Invitation Brown university, Providence, USA. Professeur Richard Schwartz. Août 2012.
6. Invitation San Francisco State university, USA. Professeur Arek Goetz. Juillet 2012.
5. Invitation au colloque : "Open problems in combinatorics of words". Banff, Canada, février 2012.
4. Invitation au colloque "Billiard". Oberwolfach, Allemagne. Avril 2010.
3. Invitation au colloque "Journées combinatoires". Bordeaux, janvier 2010.
2. Invitation au colloque "Low complexity dynamics". Banff, Canada, mai 2008.
1. Invitation au colloque "Maths and billiards". Orléans, mars 2008.

# EXPOSÉS

- Conférences et groupes de travail.
22. Colloque "Aperiodic order". Durham, September 2018.
  21. Colloque "Tiling". Oberwolfach. Octobre 2015.
  20. Worskhop "Symbolic dynamics on groups". Santiago Chili. Décembre 2014.
  19. Colloque "Journées montoises". Nancy septembre 2014.
  18. Colloque "Algorithms, dynamics and applications". Moscou, juin 2013.
  17. Colloque Sda2 du Gdr Informatique Mathématiques. Amiens. Juin 2013.
  16. Colloque "Combinatorics, Automata and Number Theory". CIRM, Marseille, avril 2012.
  15. Colloque "Open problems in combinatorics of words". Banff, Canada, février 2012.
  14. Colloque "Combinatoire des mots". Bobo-Dioulasso, Burkina Faso. Octobre 2011.
  13. Coloque "Algorithms, complexity and applications". Moscou. Juin 2010.
  12. Colloque "Billiard". Oberwolfach. Avril 2010.
  11. Colloque "Combinatoire". Bordeaux. Janvier 2010.
  10. Colloque "Gdr-Im, SDAA". Nice, décembre 2009.
  9. Colloque "Arithmétique et informatique". Montpellier, janvier 2007.
  8. Colloque "Journées montoises". Rennes, septembre 2006.

7. Colloque “Dynamique et aléa”. Amiens, mai 2006.
  6. Colloque “École plurithématique de théorie ergodique”. Marseille, avril 2006.
  5. Journée de rentrée de l’école doctorale. Marseille. Octobre 2004.
  4. Colloque “Journées montoises”. Liège, Belgique, septembre 2004.
  3. Workshop “ Systèmes dynamiques multidimensionnels non-uniformément hyperboliques”. Marseille CIRM, mai 2004.
  2. Workshop “Piecewise isometries ”. Marseille, juin 2002.
  1. Colloque “Journées montoises”. Montpellier, septembre 2002.
- Séminaires
33. Séminaire de dynamique. Santiago du Chili. Octobre 2017.
  32. Séminaire Teichmuller. Marseille. Juin 2017.
  31. Colloquium. Université Paris Créteil. Janvier 2017.
  30. Séminaire dynamique et géométrie. Nice. Avril 2015.
  29. Séminaire de théorie ergodique. Amiens. Mars 2015.
  28. Séminaire Teichmuller. Marseille. Septembre 2014.
  27. Séminaire Teichmuller. Marseille. Septembre 2013.
  26. Séminaire de combinatoire. Lyon. Février 2013.
  25. Séminaire théorie ergodique. Rennes. Décembre 2012.
  24. Séminaire Teichmuller. Marseille. Février 2012.
  23. Séminaire général. Moscou laboratoire Poncelet. Mars 2011.
  22. Séminaire Topologie et Géométrie. Moscou MGU. Mars 2011.
  21. Séminaire Géométrie. Avignon. Septembre 2008.
  20. Séminaire Teichmuller. Marseille. Avril 2008.
  19. Séminaire de géométrie discrète. Clermont-Ferrand, mars 2007.
  18. Séminaire d’algèbre et géométrie. Caen, mars 2007.
  17. Séminaire de théorie spectrale et géométrie. Grenoble, mars 2007.
  16. Séminaire de dynamique. Strasbourg, février 2007.
  15. Séminaire de dynamique. Dijon, février 2007.
  14. Séminaire de géométrie. Lille, janvier 2007.
  13. Séminaire de théorie ergodique. Villetaneuse, avril 2006.
  12. Séminaire de logique. Chambéry, mars 2006.
  11. Séminaire de théorie ergodique. Tours, mars 2006.
  10. Groupe de travail sur les substitutions. Montpellier, janvier 2006.
  9. Séminaire de géométrie. Bordeaux, janvier 2006.
  8. Séminaire de théorie ergodique. Brest, décembre 2005.
  7. Séminaire de théorie ergodique. Amiens, octobre 2005.
  6. Séminaire de théorie ergodique. Rennes, avril 2005.
  5. Séminaire de logique. Chambéry, mars 2005.
  4. Séminaire Ernest. Marseille, mars 2004.
  3. Séminaire du département de Mathématiques. Porto, Portugal, février 2003.
  2. Séminaire Ernest. Marseille, mars 2002.
  1. Séminaire des doctorants. Marseille, novembre 2001.

# RÉSUMÉ DE MES RÉSULTATS

Voici un bref résumé de mes résultats.

Mes travaux se situent à l'interface entre les systèmes dynamiques, la combinatoire et la géométrie discrète. Je m'intéresse à deux types d'objets : d'un côté la combinatoire de systèmes dynamiques d'entropie nulle et de l'autre à des pavages du plan et à la dynamique associée.

En ce qui concerne la dynamique symbolique, j'ai tout d'abord étudié, dans ma thèse, le billard dans un polyèdre. Dans le cadre du cube (et de l'hypercube) j'ai obtenu la valeur exacte de la complexité du langage d'une orbite, ainsi que l'ordre de grandeur de la complexité du langage global, en collaboration avec Pascal HUBERT. J'ai aussi prouvé que le billard était d'entropie topologique nulle dans un polyèdre convexe, et j'ai étudié les tétraèdres qui possédaient une orbite de billard périodique de période quatre. J'ai poursuivi l'étude des orbites périodiques avec Michael RAO dans le cadre d'un simplexe régulier de dimension quelconque quelques années après ma thèse.

Ensuite j'ai étudié des systèmes dynamiques faisant partie de la famille des isométries par morceaux. En ce qui concerne le billard dual, avec Julien CASSAIGNE j'ai obtenu une description du langage pour des polygones réguliers à 3, 4, 5, 6, 8, 10 côtés. J'ai aussi donné une condition suffisante sur le polygone pour que toute orbite de billard dual soit bornée. Toujours dans les isométries par morceaux, j'ai décrit explicitement avec Idrissa KABORÉ, le langage d'une rotation par morceaux si l'angle est dans une famille finie explicite. Nous avons complété ce travail dans un cadre où l'application n'est plus symétrique dans un second papier. Je me suis aussi intéressé avec Jean François BERTAZZON aux translations par morceaux définies sur un tore et à la complexité minimale du langage associé. Ce travail est en train de se prolonger via une représentation d'un échange de morceaux lié à un algorithme de fractions continues multi-dimensionnel. Toujours avec Jean François BERTAZZON nous avons aussi étudié une famille d'isométries par morceaux, définie sur un rectangle, pour laquelle on trouve un procédé de renormalisation permettant de calculer la dimension de Hausdorff de l'ensemble apériodique.

Je m'intéresse aussi à des aspects plus ergodiques de systèmes dynamiques symboliques. J'étudie le sous-shift défini par une substitution via le formalisme thermodynamique avec Pascal HUBERT et Renaud LEPLAIDEUR. Nous obtenons l'existence de transition de phase gelante pour le full shift et des potentiels non Holder, liés à des substitutions. Enfin avec Arnaud HILION et Martin LUSTIG nous donnons une étude dynamique des automorphismes de groupe libre. Le but est de faire un parallèle avec l'étude des mesures ergodiques d'un système substitutif, voire d'un diagramme de Bratteli non stationnaire.

Le point commun à ces travaux est la description du langage obtenu par codage du système dynamique. L'outil clé est la renormalisation et l'utilisation de substitutions.

Pour les pavages, je me suis intéressé à trois grandes familles de pavages : les pavages par coupe et projection, les substitutifs et ceux obtenus par règles locales. J'ai commencé avec Arnaud HILION par définir une notion de substitution topologique. Cette notion topologique

a pour but de donner un formalisme pour paver des espaces non euclidiens par un procédé similaire aux substitutions. Nous montrons ainsi que le plan hyperbolique ne peut se paver par une substitution primitive. Ce travail se poursuit avec Timo JOLIVET par l'étude combinatoire d'un exemple particulier de substitution topologique du plan en lien avec le fractal de Rauzy.

Je m'intéresse aussi aux pavages du plan obtenus par coupe et projection à partir de  $\mathbb{R}^N$ . J'ai obtenu avec Thomas FERNIQUE une condition suffisante pour qu'un pavage par losanges du plan, obtenu par règles locales, soit un quasi-plan. Cela signifie qu'il peut se relever dans un espace  $\mathbb{R}^n$  en une surface proche d'un plan. J'ai ensuite, toujours avec Thomas FERNIQUE, pu caractériser les pavages quasi-plans dans une famille bien particulière de pavages ayant des symétries locales d'ordre  $n$ . Enfin nous avons récemment achevé la caractérisation pour des pavages obtenus par coupe et projection à partir de l'espace  $\mathbb{R}^4$ .

Pour les espaces de pavage je m'intéresse aussi au calcul des groupes de cohomologie. Dans le cas substitutif, la méthode est claire. Pour le cas des pavages obtenus par coupe et projection, la méthode est due à KELLENDONK, GAHLER, SADUN mais le calcul en pratique sur un exemple peut s'avérer complexe. Je me suis donc intéressé, avec Ana Garcia LECUONA à des exemples plus difficiles comme par exemple le cas des pavages  $n$ -fold, avec  $n \geq 7$ . Enfin pour les espaces de pavage obtenus par des règles locales, aucune méthode n'existe actuellement, et je souhaite m'intéresser à cette question.



# THÈMES DE RECHERCHE

Voici une description un peu plus détaillée de mes thèmes de recherche.

Mon travail se situe en systèmes dynamiques. Je m'intéresse à la dynamique symbolique liée à des systèmes dynamiques d'origine géométrique. Ma thèse a consisté à étudier le billard polyédral, depuis je me suis intéressé au billard dual, aux isométries par morceaux du plan et à la théorie des pavages.

Pour étudier une application  $T : X \rightarrow X$ , on considère l'orbite d'un point  $m$  sous  $T$ . Sous de bonnes hypothèses (liées à l'existence de partitions de MARKOV), on trouve alors une décomposition cellulaire de  $X$ . On associe alors une lettre à chaque cellule de dimension maximale. L'orbite  $(T^n(m))_{n \in \mathbb{N}}$  est alors codée par la suite des cellules qu'elle rencontre. Les cellules sont codées par des **lettres**. L'orbite est alors codée par un **mot infini**. L'étude de ces mots fait partie de la **dynamique symbolique**.

Depuis les travaux de BOWEN il est connu que l'**entropie topologique** est un invariant des systèmes dynamiques topologiques. Les systèmes que j'étudie sont d'entropie nulle. Un outil important est alors donné par la fonction de **complexité** : Pour un mot fini ou infini sur un alphabet fini, cette fonction  $p(n)$  compte le nombre de facteurs différents de longueur  $n$ , inclus dans le mot. La vitesse de croissance de cette fonction est reliée à l'entropie topologique du système dynamique.

Mon travail consiste à étudier les propriétés des mots infinis obtenus dans divers systèmes dynamiques. J'ai d'abord étudié le **billard polyédral** dans le cadre de ma thèse. Depuis celle-ci je m'intéresse à d'autres systèmes dynamiques, comme le **billard dual**, ou les **isométries par morceaux**. Je m'intéresse aussi aux pavages : Une branche de **la théorie des pavages** consiste à se donner un jeu de tuiles et à regarder l'ensemble des pavages du plan réalisables avec ces tuiles. On peut faire agir sur cet espace un sous-groupe du groupe des isométries du plan. On obtient ainsi un système dynamique que l'on peut étudier. On peut alors voir ce système comme une suspension du sous-décalage défini par une  $\mathbb{Z}^2$  action.

Dans la suite nous décrivons plusieurs objets au coeur de mes travaux.

## Rotations

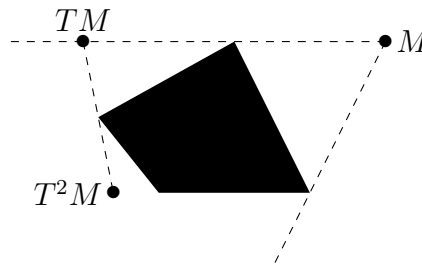
Le premier objet qui revient dans plusieurs de mes travaux est la rotation. Une rotation du tore est une application définie sur  $\mathbb{T}^k$  de la forme  $x \mapsto x + a$ . Dans un cube de  $\mathbb{R}^3$ , L'application de premier retour du billard (à direction fixée), sur un plan contenant une grande diagonale est conjuguée à une rotation du tore  $\mathbb{T}^2$ . Le domaine fondamental du tore est donné par le polygone intersection du plan et du cube. La rotation du tore s'écrit alors comme une translation par morceaux sur trois morceaux polygonaux. Le système symbolique associé au codage par la partition donne un langage de complexité quadratique pour une direction quelconque. En dimension quelconque la complexité de la translation par morceaux associée à la rotation devient polynomiale. J'ai obtenu de nouvelles preuves de ces résultats au cours de ma thèse dans les articles 1, 4, 7.

On sait que pour certaines rotations, on peut trouver un domaine fondamental et un codage qui donnent une complexité linéaire. Avec Jean François BERTAZZON je me suis intéressé aux translations minimales du tore de dimension  $k$ , cf l'article 12. La question est de trouver un domaine fondamental de ce tore et une partition de ce domaine qui minimise la complexité de cette translation par morceaux. On n'impose pas de conjugaison entre les systèmes dynamiques. Nous donnons la valeur minimale de la complexité et montrons qu'elle est atteinte pour un domaine fondamental et une direction particulières : le fractal

de Rauzy de la substitution de  $k$ -bonacci. Dans l'article 28, nous continuons dans la même voie : A partir d'un algorithme de fractions continues multi-dimensionnel nous associons au développement d'un vecteur un échange de morceaux. Suivant l'algorithme de départ, le langage de l'échange de morceaux a des propriétés combinatoires plus ou moins précises.

## Billard dual

Suite à ma thèse sur le billard dans un polyèdre, je me suis intéressé à un autre type de billard : le billard dual. Une manière simple de modéliser le mouvement des planètes a été introduite par MOSER dans les années cinquante, et consiste à étudier le **billard dual** : On se fixe un polygone, et un sens d'orientation. On considère un point du plan à partir duquel on balaye le polygone, il existe alors un sommet du polygone qui est plus proche du point considéré. L'image d'un point est alors donnée par la symétrie centrale par rapport à ce sommet, voir figure. Une question naturelle liée à ce type de système est l'existence de trajectoire non bornée.



Ici la décomposition cellulaire se fait en prolongeant les côtés du polygone. On obtient des cônes centrés en les sommets. L'étude de la dynamique a été initiée par TABACHNIKOV. Si le polygone se trouve sur un réseau, alors toute orbite est périodique, et si le polygone a de bonnes propriétés (quasi-rationnalité), alors toute orbite est bornée. Récemment SCHWARTZ a trouvé un polygone avec une orbite non bornée. Ce système dynamique donne des exemples simples et discrets de théorie KAM. L'étude combinatoire complète de ce système dynamique n'a été menée, pour l'instant, que par GUTKIN, TABACHNIKOV pour certains polygones. Avec Julien CASSAIGNE nous avons décrit dans l'article 9, la dynamique symbolique pour une famille de polygones réguliers. Ces résultats généralisent les travaux précédents. Dans l'article 10, je reviens plus en détail sur la notion de polygone quasi-rationnel et la relie aux travaux de SCHWARTZ en donnant plusieurs définitions équivalentes.

## Isométries par morceaux

Les rotations et le billard dual rentrent dans le cadre plus général ici présenté : Une isométrie par morceaux est une application  $T$  définie sur un sous ensemble  $X$  de  $\mathbb{R}^d$  dont le bord est formé d'hyperplans. L'ensemble  $X$  est muni d'une partition en connexes, et tels que la restriction de  $T$  à un élément de la partition soit une isométrie euclidienne. Le billard dual, les rotations du tore, et les échanges d'intervalles rentrent dans ce cadre.

J'ai étudié plus récemment deux types d'isométries par morceaux. Les rotations par morceaux sont la première d'entre elles. Elles sont définies sur  $\mathbb{R}^2$ , par la restriction de deux rotations de même angle sur des demi-plans séparés par une droite. Les centres des rotations peuvent se trouver n'importe où dans le plan. J'ai décrit le langage du codage d'une telle application avec Idrissa KABORE dans les articles 19 et 20.

Ensuite avec Jean François BERTAZZON nous avons décrit une famille infinie d'applications, appelée PET : polygon exchange transformation, déjà introduite par Patrick HOOPER et Richard SCHWARTZ dans un cadre proche du billard dual. Nous décrivons complètement le langage d'une telle application dans l'article 17. Nous montrons que le langage forme un ensemble S-adique. Nous calculons la dimension de Hausdorff de l'ensemble des points apériodiques, en montrant que cette dimension est liée à l'exposant de Lyapunoff d'un co-cycle.

## Pavages

Les objets présentés avant étaient des sous shifts, donc des actions de  $\mathbb{Z}$ . Nous passons maintenant à un autre aspect de mon travail. Considérons un ensemble fini de polygones du plan  $\mathbb{R}^2$  et un pavage du plan par cet ensemble de polygones. On remarque alors que les translations agissent sur ce pavage et le transforment en un autre pavage. On obtient ainsi une action d'un groupe sur un ensemble de pavages, et un système dynamique si on munit l'ensemble de ces pavages d'une topologie. Les questions naturelles de dynamique (minimalité, ergodicité, *etc*) peuvent alors se poser dans ce cadre là. Ce système dynamique est à mettre en parallèle avec l'action de  $\mathbb{Z}^d$  par décalage en dynamique symbolique.

## Pavages substitutifs

Une famille de pavages très étudiée est celle des **pavages substitutifs**. On se donne une homothétie du plan euclidien et un nombre fini de polygones. On suppose que l'image d'un polygone par l'homothétie peut se paver par des polygones de la famille, et on itère alors ce procédé jusqu'à paver des domaines de volume aussi grand que l'on veut. Ce type de pavages est très étudié par BUFETOV, ROBINSON JR, SOLOMYAK. Avec Arnaud HILION, nous avons travaillé sur une version topologique (ou combinatoire) de **substitution en dimension 2**. Ces substitutions engendrent des complexes cellulaires homéomorphes au plan : le problème de leur réalisation géométrique émerge naturellement. Dans l'article 11, nous montrons en particulier que ces complexes ne peuvent pas se réaliser comme des pavages **du plan hyperbolique**  $\mathbb{H}^2$  si la substitution est primitive. Par contre il existe des pavages du plan hyperbolique obtenus à l'aide de substitution non primitive. Ensuite avec Timo JOLIVET, nous avons établi un lien entre les substitutions topologiques et les substitutions duales. Les substitutions duales définissent des pavages substitutifs du plan, mais peuvent aussi se voir comme pavages obtenus par coupe et projection. Nous explicitons ce lien sur le cas du pavage de Tribonacci, voir l'article 18.

## Pavages par coupe et projection

Enfin avec Thomas FERNIQUE j'étudie les pavages du plan liés aux **quasi-cristaux** dans les articles 14, 15 et 16. Ces pavages sont obtenus par coupe d'un plan dans  $\mathbb{R}^n$  puis projection d'une partie du complexe associé au réseau entier dans le plan. Suivant le plan de coupe, ces pavages ont des propriétés combinatoires intéressantes. Le pavage de PENROSE et ses généralisations rentre dans cette catégorie, voir la figure. On se donne alors un nombre fini de losanges, et on cherche des règles finies telles que tout pavage vérifiant ces règles se relève dans l'espace en une surface proche d'un plan.

On donne un critère sur un plan de  $\mathbb{R}^n$  pour que l'on puisse trouver des règles en nombre fini telles que tout pavage vérifiant ces règles se relève en une surface proche du plan. Ces

conditions font intervenir les coordonnées de Plucker du plan et ont un caractère géométrique. Ces pavages sont étudiés entre autre par GAMBAUDO, KELLENDONK, SADUN.

Si le plan possède une base formée dans  $\mathbb{R}^n$  des vecteurs de coordonnées  $(\cos \frac{2k\pi}{n})_k, (\sin \frac{2k\pi}{n})_k$ , on dit qu'il définit un pavage  $n$ -**fold**. C'est le cas de Penrose. Cela implique que chaque motif fini apparaît dans le pavage tourné par une rotation d'angle  $\frac{2k\pi}{n}$ .

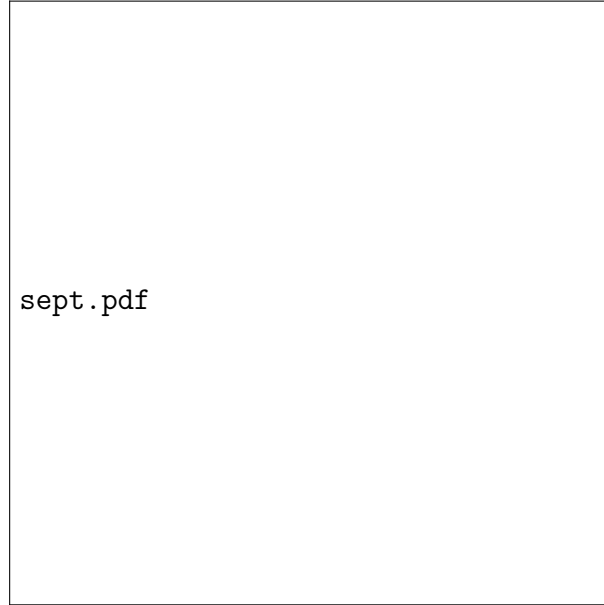


FIGURE 1 – Pavage 7-fold

## Pavage et cohomologie

Avec Ana G. LECUONA je calcule les groupes de cohomologie des espaces de pavages associés aux pavages  $n$ -fold, dans le but d'avoir des informations plus précises sur la dynamique et la combinatoire de ces objets. On s'intéresse surtout au cas des pavages de Penrose généralisés et au cas des pavages ayant une symétrie locale d'ordre douze (les pavages ayant une symétrie locale d'un autre ordre étant suspectés d'avoir une cohomologie non finiment engendrée). Le problème principal vient que la fenêtre se situe dans  $\mathbb{R}^4$ , cf article 25.

# PROJET DE RECHERCHE

## Isométries par morceaux

Dans ce domaine, je souhaite explorer plusieurs pistes. J'ai commencé une collaboration avec PATRICK HOOPER dont le but est de décrire une famille d'isométries par morceaux possédant une renormalisation. Ceci ferait un lien entre l'un de ses travaux et mon dernier article avec Jean François BERTAZZON. D'autre part avec Idrissa KABORÉ on poursuit notre étude des rotations par morceaux en essayant de dégager des propriétés globales de telles applications. Si cette application est non bijective, il existe un ensemble fractal attracteur : tous les points ont une orbite qui rencontre cet ensemble si l'application est non injective. Et tout point en dehors cet ensemble a une orbite divergente si l'application est non surjective. On cherche à estimer cet ensemble de manière précise en fonction des données de la rotation par morceaux. Est il connexe ? Peut on mesurer sa taille ? ...

## Pavages

- **Pavage et sous-shifts.** Une classe importante de pavages du plan consiste en des  $\mathbb{Z}^2$  actions. J'aimerais étudier les notions d'orbite équivalence pour ces pavages, ainsi que des problèmes liés au calcul exact d'entropie pour des pavages du plan. Notamment je m'intéresse à la complexité de la famille de pavages introduits avec Thomas FERNIQUE et lié au pavage d'Ammann-Beenker. C'est un sous-shift sofique d'entropie nulle, dont la complexité est inconnue. Tout pavage dans ce sous-shift est planaire : le relevé dans  $\mathbb{R}^4$  est à distance bornée d'un plan, mais le plan varie dans une famille à un paramètre.
- Pour les pavages par coupe et projection, nous essayons avec Thomas FERNIQUE d'adapter nos méthodes au cas de l'espace  $\mathbb{R}^5$ . Le but est de trouver une caractérisation des plans de  $\mathbb{R}^5$  possédant des règles locales, donc pouvant être décrits par un sous shift de type fini, et tels que tout pavage dans cet espace soit proche du plan donné. Suite à mon travail avec ANA G. LECUONA sur la cohomologie, j'aimerais poursuivre l'étude de ces objets. Une piste serait de développer des outils pour calculer les groupes de cohomologie de pavages donnés par des règles locales. Le premier exemple à étudier serait celui li au pavage d'Ammann-Beenker décrit plus haut.
- **Pavage et théorie ergodique** J'aimerais aussi voir par exemple quelles propriétés dynamiques des pavages que j'étudie, l'on peut obtenir : complexité, vitesse de convergence dans le théorème ergodique, etc... Une question serait de comprendre les liens entre simplexe des mesures invariantes et les groupes de cohomologie des pavages. De plus j'aimerais bien estimer les vitesses de convergence dans le théorème ergodique en utilisant les derniers résultats de TREVINO. Ceci est lié aux travaux de ALISTE-CORONEL-GAMBAUDO sur les pavages substitutifs.

## Dynamique et combinatoire

- **Formalisme thermodynamique.** Dans notre papier avec Pascal HUBERT et Renaud LEPLAIDEUR, on montre qu'il y a transition de phase pour le full-shift et des potentiels liés à une substitution : les potentiels sont non Holder, et le germe d'un tel potentiel se comporte comme l'inverse

de la distance du point au cantor défini par la substitution. Je souhaite poursuivre cette étude, et mieux comprendre le formalisme thermodynamique en lien avec des systèmes dynamiques classiques unidimensionnels voire avec des pavages du plan. Une question envisageable serait : "Comprendre les transitions de phase pour les sous-shift d'entropie positive. Pour les pavages quel est le lien entre transition de phase et les mesures de Gibbs?"