

3 Equations du second degré

Exercice 17 Soient a , b et c trois nombres réels tels que a soit non nul. On considère l'équation (E) qui a pour inconnue x :

$$(E) \quad ax^2 + bx + c = 0.$$

1. Dans quel cas cette équation a-t-elle :
 - (i) deux solutions réelles distinctes ?
 - (ii) une solution réelle double ?
 - (iii) aucune solution réelle ?
2. Dans le cas où l'équation (E) admet des solutions réelles, donner l'expression des solutions en fonction de a , b et c .
3. Dans le cas où l'équation (E) n'a pas de solutions réelles, résoudre l'équation (E) dans \mathbb{C} .

Exercice 18 On considère les équations suivantes d'inconnue x :

$$(1) \quad 3x^2 + x - 4 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(3) \quad 5x^2 + x + 3 = 0$$

1. Résoudre ces trois équations dans \mathbb{R} .
2. Résoudre l'équation (3) dans \mathbb{C} .

Exercice 19 Soient a , b et c trois nombres réels tels que a soit non nul. On considère le polynôme P de la variable réelle x , défini par

$$P(x) = ax^2 + bx + c.$$

Donner le tableau des signes de P . On distinguera trois cas selon le signe ou la nullité de Δ .

Exercice 20 Résoudre les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned}(1) \quad & -3x^2 + 4x + 1 \geq 0 \\(2) \quad & 4x^2 + 4x + 1 > 0 \\(3) \quad & x^2 + x + 1 \leq 0\end{aligned}$$

Exercice 21 Soient a, b et c trois nombres réels tels que a soit non nul. On considère le polynôme P de variable réelle x , défini par

$$P(x) = ax^2 + bx + c.$$

1. Dans quel cas le polynôme P est-il factorisable dans \mathbb{R} ?
2. Dans le cas où l'équation $P(x) = 0$ a deux solutions réelles distinctes α et β , donner la factorisation de P dans \mathbb{R} .
3. Même question dans le cas où l'équation a une solution double α .
4. Dans le cas où P n'est pas factorisable dans \mathbb{R} , on note α et $\bar{\alpha}$ les solutions complexes de l'équation $P(x) = 0$. Donner alors la factorisation de P dans \mathbb{C} .

Exercice 22 On considère les polynômes suivants de la variable x :

$$\begin{aligned}P(x) &= -3x^2 + 4x + 1 \\Q(x) &= 4x^2 + 4x + 1 \\R(x) &= x^2 + x + 1\end{aligned}$$

1. Le polynôme P est-il factorisable dans \mathbb{R} ? Si oui, le factoriser dans \mathbb{R} . Sinon le factoriser dans \mathbb{C} .
2. Même question pour le polynôme Q .
3. Même question pour le polynôme R .

Exercice 23 Soient $u, v > 0$ tels que $\frac{u}{v} = \frac{u+v}{u}$ et soit $r = \frac{u}{v}$.

1. De quelle équation du second degré le rapport r est-il solution ?
2. En déduire la valeur de r .