

5 Les fonctions

5.1 Domaines de définition

Exercice 34 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$(a) f(x) = \frac{1}{2x+3}$$

$$(b) f(x) = e^{x+1}$$

$$(a) f(x) = \frac{5x-1}{x^2-6x+9}$$

$$(b) f(x) = \sqrt{x^2-4}$$

$$(c) f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$$

$$(d) f(x) = \sqrt{\cos x + 1}$$

$$(e) f(x) = \sqrt{\ln x}$$

$$(f) f(x) = \ln(2x+3)$$

Exercice 35 L'égalité $\ln[(x^3+1)^2] = 2\ln(x^3+1)$ est-elle vraie pour tout x dans \mathbb{R} ?

5.2 Limites

Exercice 36 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} (x - \ln x)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (x - \sqrt{x}) \ln x$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \times 2^{-x}$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x-1} + e^{-x} + 1}{e^{2x} - 3}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{xe^x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{xe^x}$

5.3 Dérivées

Exercice 37 Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

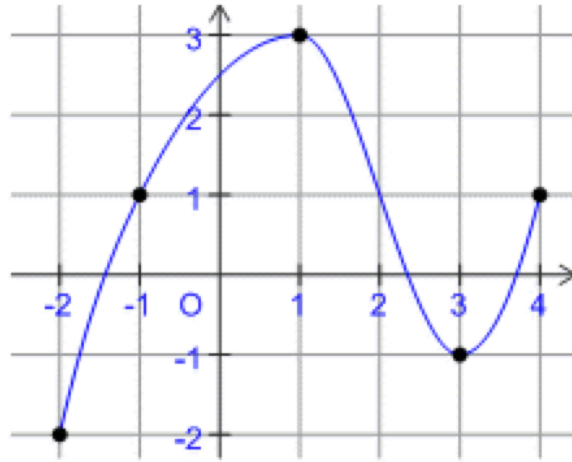
1. $f(x) = -7x^2 + 5\sqrt{x}$
2. $f(x) = (x^2 - 3)\sqrt{x}$
3. $f(x) = \frac{2}{x^2 + x}$
4. $f(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$
5. $f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 3}$
6. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$
7. $f(x) = \cos(3x - 1)$
8. $f(x) = \sin(2 - 5x)$
9. $f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$
10. $f(x) = \ln(\sqrt{x})$
11. $f(x) = e^{\cos x}$

Exercice 38 Soit f la fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} donnée par $f : x \mapsto \frac{1}{x}$.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Calculer la dérivée de f .
3. Quel est le signe de la dérivée de f sur \mathcal{D}_f ?
4. La fonction f est-elle croissante sur \mathcal{D}_f ? Est-elle décroissante sur \mathcal{D}_f ?

5.4 Etudes de fonctions

Exercice 39 Soit f la fonction définie sur $[-2, 4]$ et dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$?
2. Quel est le nombre de solutions positives de l'équation $f(x) = -\frac{1}{2}$?
3. Compléter :
 si $-1 \leq x \leq 3$ alors $\dots \leq f(x) \leq \dots$

Exercice 40 g est une fonction dérivable sur \mathbb{R} ayant pour tableau de variations :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	2	-3	0

Quelle est la limite lorsque x tend vers $+\infty$ de $g\left(\frac{1}{x}\right)$?