

UE OUTILS MATHÉMATIQUES
TD1 : Rappels et fonctions usuelles

EXERCICE 1

1. Soient $a = \frac{4}{9}$ et $b = \frac{5}{12}$. Calculer $a + b$, $a - b$, ab et $\frac{a}{b}$. On donnera le résultat sous forme irréductible.
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$\frac{2}{-5x+1} + \frac{-3}{4x+3} = 0$$
$$\frac{-7x}{7x+2} = \frac{x}{-x+1}.$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations

$$\frac{2}{-5x+1} + \frac{-3}{4x+3} > 0$$
$$\frac{-7x}{7x+2} < \frac{x}{-x+1}.$$

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations

$$x^2 - 3 \geq 0$$
$$-x^2 + 5x \leq 0$$
$$-x^2 + 5x - 6 < 0$$
$$x^2 - 2x + 1 \leq 0$$
$$x^2 + x + 1 > 0.$$

EXERCICE 3

1. Déterminer les ensembles de définition des fonctions

$$f : x \mapsto \frac{1}{x-1}, \quad g : x \mapsto \sqrt{x-1}, \quad h : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \quad i : x \mapsto \ln(x-1).$$

2. Même question avec les fonctions

$$f : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 3x + 2}, \quad g : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x + 2}, \quad h : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}, \quad i : x \mapsto \ln(x^2 - 3x + 2).$$

EXERCICE 4

1. Calculer $|7|, |-7|, |\sqrt{2} - 2|, |\pi - 3|$.
2. Calculer en fonction du réel x les expressions

$$|2x + 5|, \quad |x - 3| + 2|x + 1|.$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$|x + 1| = |2x - 3|, \quad |2x - 1| = 1, \quad |-x + 1| = 2.$$

4. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations

$$|x + 5| < 1, \quad |x - 1| \leq 3, \quad |4 - 2x| < 7, \quad |x + 1| > 4, \quad |2x - 3| \geq 1.$$

EXERCICE 5

1. On considère les fonctions $f : x \mapsto x^2$, $g : x \mapsto \sqrt{x}$ et $h : x \mapsto x - 4$. Déterminer l'ensemble de définition et l'expression en fonction de x des fonctions composées

$$f \circ h, \quad h \circ f, \quad g \circ h, \quad h \circ g.$$

2. Déterminer deux fonctions u et v telles que $f = v \circ u$ dans les 3 cas suivants

$$f : x \mapsto (x - 3)^2, \quad f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad f : x \mapsto \sqrt{3x - 1}.$$