

UE OUTILS MATHÉMATIQUES
 TD2 : Limites, branches infinies, continuité

EXERCICE 1

1. Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des polynômes P et Q définis par :

$$P(x) = x^5 - 2x^2 + 3 \quad \text{et} \quad Q(x) = 3x^4 + x^2 + 3x - 4.$$

2. Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des fonctions A , B et C définies par :

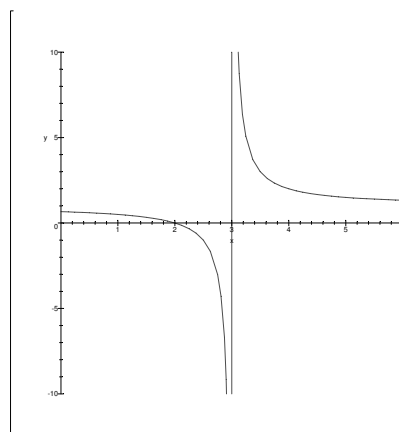
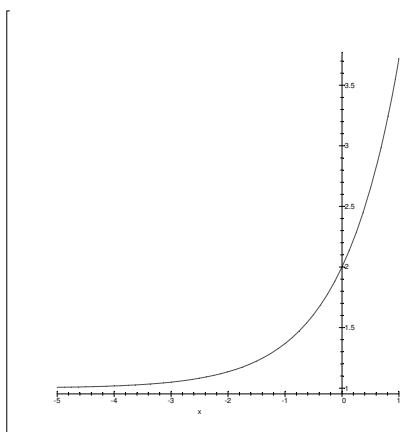
$$A(x) = \frac{x^5 - x^4 + 1}{x^4 + 3}, \quad B(x) = \frac{x^2 + x - 8}{x^3 - 6} \quad \text{et} \quad C(x) = \frac{3x^7 - 5x^4 + x - 1}{2x^7 - x^3 + x + 2}.$$

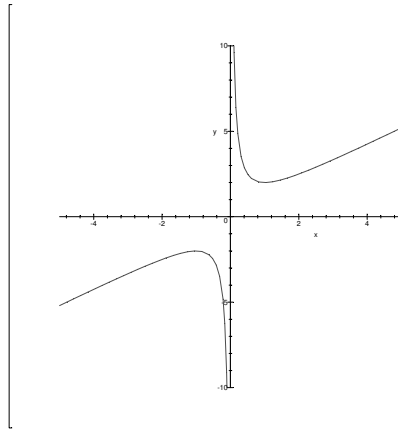
3. Etudier la limite en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x}$.
 4. Etudier la limite en 1 de $x \mapsto \frac{1}{x-1}$.
 5. Etudier la limite en 3 de $x \mapsto \frac{x^2-x}{x-3}$.
 6. Déterminer les limites en $+\infty$ des fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 2x + 1}, \quad g(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{\cos(4x)}{x^2 + 1}.$$

EXERCICE 2

Pour les trois courbes représentatives de fonctions ci-dessous, déterminer graphiquement les asymptotes.





Page 1

Maple V Release 4 - Student Edition

EXERCICE 3

Déterminer l'ensemble de définition et les branches infinies des fonctions f, g et h définies par

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} ;$$

$$g(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} ;$$

$$h(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

EXERCICE 4

Soit a un réel. On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-x) + 1 & \text{si } x < 0 \\ 2 + x \ln(x) & \text{si } x > 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Pour cette question, on choisit $a = 1$. Etudier la continuité de f en 0.
3. Déterminer a pour que f soit continue en 0.
4. En gardant la valeur de a trouvée dans la question précédente, étudier la continuité de f .