

Examen Partiel—mars 2016.

Mathématiques

Licences de physique et de chimie

1. On considère la fonction

$$f(x, y) = \sin(xy)$$

1.1 Déterminer l'ensemble de définition

1.2 Calculez les dérivées partielles $f_x = \partial f / \partial x$ et $f_y = \partial f / \partial y$

1.3 Démontrez que f est différentiable dans \mathbb{R}^2

1.4 Calculez le gradient $\overrightarrow{\text{grad}}f(x, y)$ en $(x, y) = (\pi/4, -1)$.

2. Calculez la valeur approchée du côté b d'un rectangle dont l'autre côté est $a = 3,01$ et l'hypoténuse est $h = 4,98$, en utilisant un développement limité.

3. Soient $\mathbf{u} = (-1, 0, 2)$, $\mathbf{v} = (2, -1, 0)$ et $\mathbf{w} = (0, -1/3, 4/3)$ trois vecteurs de \mathbb{R}^3

3.1 Montrez qu'ils sont coplanaires

3.2 Trouvez un vecteur dans la direction normale du plan P contenant les trois vecteurs

3.3 Déduisez l'équation cartésienne du plan P

4. Trouvez la solution, si elle existe, du système d'équations :

$$\begin{aligned} -x + y + 2z &= 1 \\ 2x - y &= -1 \\ -y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

en utilisant la méthode du pivot de Gauss.

5. Soient

$$A = (1, 1, 0), B = (1, 0, 1), C = (0, 1, 1)$$

trois points de \mathbb{R}^3 dans le repère canonique $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

5.1 Montrez que le triangle (A, B, C) est équilatéral

5.2 Déterminez un vecteur normal au plan (A, B, C)

5.3 On pose $D = (m, m, m)$. Trouvez la valeur du paramètre m tel que les points A, B, C, D soient coplanaires.