

Introduction à l'analyse

Devoir maison n°1

à rendre le mercredi 2 octobre 2013 au plus tard

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \operatorname{argsh} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}} - x.$$

1. Rappeler l'ensemble de définition et de dérivabilité de la fonction $t \mapsto \operatorname{argsh} t$ ainsi que l'expression de sa dérivée.
2. Montrer que $x \mapsto \operatorname{ch} 2x$ est dérivable sur \mathbb{R} . Donner une expression de sa dérivée.
3. Donner l'ensemble de définition de la fonction g dont l'expression est donnée par

$$g(x) = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}}.$$

Quel est son domaine de dérivabilité ? Donner l'expression de g' là où elle existe.

4. Donner l'ensemble de définition de f et calculer sa dérivée f' là où elle existe (domaine que l'on précisera).
5. En déduire une expression simplifiée de f et tracer son graphe $y = f(x)$.

Rappel : La dérivée d'une fonction composée $f = h \circ g : I \rightarrow \mathbb{R}$ pour $g : I \rightarrow J$ et $h : J \rightarrow \mathbb{R}$ des fonctions dérivables est donnée par $f' = g' \cdot h' \circ g$. Ici, I et J sont des intervalles de \mathbb{R} .

Indication : On essaiera d'écrire les fonctions considérées dans le problème comme des composées de fonctions élémentaires à déterminer (n'oubliez pas de préciser les ensembles de définition).