Calculatrices, documents et téléphones interdits.
La rigueur et la qualité de la rédaction sont des éléments importants d'appréciation.
Barème : exercice 1 : 6 points, 2 : 4 points, 3 : 6 points, 4 : 4 points.
Durée : 1h30.

Exercice 1. (Cours)

1. Donner la définition de la colinéarité de deux vecteurs.

2. Soit u, v deux vecteurs de l'espace et λ un réel tel que $u = \lambda v$. Montrer que $u \wedge v = \vec{0}$.

3. Soit u et v deux vecteurs de l'espace tels que $x_u \neq 0$ et $u \wedge v = \vec{0}$. Montrer que u et v sont colinéaires.

Exercice 2. On considère les quatre points de l'espace

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

1. Donner un vecteur normal au plan contenant A, B et C.

2. Montrer que A, B, C et D sont coplanaires.

Exercice 3. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\mathcal{D} : \begin{cases} x - y + z + 3 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$.

1. Donner une équation paramétrique de (AB).

2. Donner une équation paramétrique de $\mathcal{D}$.

3. Montrer qu'il existe un unique point C de (AB) et un unique point D de $\mathcal{D}$, tels que (CD) est perpendiculaire à (AB) et $\mathcal{D}$. Déterminer les coordonnées de C et D.

Exercice 4. **1.** Soit A, B et C trois points distincts du plan complexe. Montrer que le triangle (ABC) est rectangle en A si, et seulement si, $\mathrm{Re}(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}) = 0$.

2. Montrer que les points dont les affixes sont les racines de $z^3 - 5z^2 + 11z - 15 = 0$ forment un triangle rectangle.