Exercice 1
Déterminer en quels points de $\mathbb{R}$ la fonction f est continue, avec $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Exercice 2
Déterminer en quels points de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ la fonction f est continue, avec $f(x) = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1 - x^n}{1 + x^n}$

Exercice 3
On cherche à déterminer toutes les fonctions continues en 0 définies sur $\mathbb{R}$ telles que pour tout $x \in \mathbb{R},\ f(2x) = f(x)\cos x \quad (E)$.

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

1. Montrer que g vérifie la condition (E).
2. Montrer que g est continue en 0.
3. Soit f une fonction qui vérifie (E). Montrer que, pour tout $x \neq 0$ et pour tout n à partir d'un certain rang, on a : $f(x) = f\left(\dfrac{x}{2^n}\right) \dfrac{\sin x}{2^n \sin\left(\frac{x}{2^n}\right)}$.
4. En déduire une relation entre $f, f(0)$ et g.
5. Répondre au problème posé.