PROGRAMME DE MATHS GENE 1 PEIP, PREMIER SEMESTRE.

1. Nombres complexes. Corps $\mathbf{C}$ des nombres complexes : les nombres complexes $x + iy$ sont les points (x, y) du plan Euclidien $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ sur lequel est défini, de plus, une multiplication. *Toute autre construction de* $\mathbf{C}$ *est en dehors du programme.*
Définition de $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$, formules d'Euler et formule de Moivre. Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe $e^{x+iy} = e^x e^{iy}$ et des fonctions associées (sin, cos tan). Module et argument d'un nombre complexe. Résolution dans $\mathbf{C}$ de $z^n = a$, racines de l'unité. Résolution des équations du second degré à coefficients complexes. Les étudiants doivent connaître les interprétations géométriques des transformations $z \mapsto \overline{z}$, $z \mapsto a + z$, $z \mapsto az + b$. Inégalités triangulaires.

2. Fonctions usuelles. *Ne pas réviser les formules trigonométriques ni les fonctions* ln *et* exp. *Poser néanmoins des exercices sur ces notions.* Fonctions hyperboliques, hyperboliques réciproques et trigonométriques réciproques. Définition de l'application $x \in \mathbf{R}_+^* \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{C}$.

3. Équations différentielles. Définition d'une solution de l'équation différentielle $y' = f(y, t)$ sur un intervalle I de $\mathbf{R}$ et interprétation graphique. Résolution de l'équation $a(t)y' + b(t)y = c(t)$ où a, b et c sont continues à valeurs dans $\mathbf{R}$. Existence et unicité de la solution sur un intervalle I, pour une condition initiale donnée, si a ne s'annule pas sur I. Structure des solutions. Exemples de raccordement de solutions. Exemples de changement de variable.
Résolution de l'équation $ay'' + by' + cy = f$ où a, b et c sont des constantes réelles. Seul le cas où f est somme de fonctions du type $t \mapsto e^{\alpha t}P(t)$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ et $P \in \mathbf{R}[X]$ est exigible des étudiants. Existence et unicité de la solution sur $\mathbf{R}$ pour une condition initiale donnée.
Pour tout autre type d'équations différentielles, aucun théorème général d'existence et d'unicité pour le problème de Cauchy n'est au programme. La notion de solution maximale n'est pas au programme.

4. Ensembles, dénombrement, arithmétique. Algèbre des parties d'un ensemble, vocabulaire usuel sur les ensembles. Applications injectives, surjectives et bijectives. *Aucune connaissance sur la théorie axiomatique des ensembles et sur le calcul propositionnel n'est exigible des étudiants.* Dénombrement, arrangements, permutations et combinaisons. Notations $n!$, A_n^p et C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Triangle de Pascal. Formule du binôme pour les nombres complexes.
Notion d'arithmétique dans $\mathbf{Z}$. Construction de $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. PPCM, PGCD, Théorème de Bezout (admis) ? Notion de groupes, liens entre $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ et l'ensemble des racines $n-$ièmes de l'unité.
Aucune construction de $\mathbf{Z}$ *ou* $\mathbf{Q}$ *n'est exigible des étudiants.*

5. Nombres réels et suites.
Propriétés des nombres réels. Relation d'ordre, partie entière, valeur absolue, intervalles (ouverts, fermés, semi-ouverts), majorations et minorations, borne supérieure et inférieure. Les étudiants doivent connaître la propriété "une partie non vide et majorée de $\mathbf{R}$ admet une borne supérieure" et savoir l'utiliser à bon escient (suites monotones et adjacentes en particulier). *Aucune construction de* $\mathbf{R}$ *n'est exigible des étudiants.* Exemples de développements décimaux des nombres réels.

Suites de nombres réels. Définition d'une suite de nombres réels, d'une suite extraite. Définition d'une suite convergente et de sa limite (avec ϵ et N). $\mathbf{R}-$algèbre des suites convergentes et opérations algébriques sur les limites. Densité de $\mathbf{Q}$ dans $\mathbf{R}$. Définition des suites de Cauchy. Une suite de nombres réels converge si et seulement si elle est de Cauchy (le "si" est admis). Théorème de Bolzano-Weirstrass (la preuve n'est pas exigible des étudiants, à voir peut-être en exercice).

6. Géométrie dans le plan et l'espace
Le plan : équation cartésienne d'une droite, représentation paraméttrique, vecteur directeur et normal, intersection de deux droites. Produit scalaire et norme euclidienne, cercles, intersection de cercles. similitudes; interprétation avec les nombres complexes. Déterminant de deux vecteurs, aire des parallélogrammes. Barycentres.

L'espace : équation cartésienne d'un plan, paramétrisation, détermination d'une base d'un plan, complétion d'une base d'un plan en une base de l'espace. Equations cartésiennes d'une droite, paramétrisation.
Produit scalaire, norme. Produit vectoriel, vecteur normal à un plan. Intersection de plans et de droites.

7. Polynômes et fractions rationnelles.
Polynômes à une indéterminée sur $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ *ou* $\mathbf{C}$. Définition de l'ensemble $\mathbf{K}[X]$ des polynômes à une indéterminée sur $\mathbf{K}$ (définition comme fonction polynôme), degré, valuation. Ensemble $\mathbf{K}_n[X]$ des polynômes de degré inférieur ou égal à n. Multiples et diviseurs d'un polynôme, division euclidienne, dérivation, ordre de multiplicité d'une racine. Théorème fondamental de d'Alembert-Gauss dans $\mathbf{C}[X]$ (admis), polynômes irréductibles dans $\mathbf{C}[X]$ et $\mathbf{R}[X]$. Décomposition d'un polynôme en produit de polynômes irréductibles. Application à la factorisation de $a + X^n$ dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$. *La notion de polynômes premiers entre eux et le théorème de Bezout ne sont pas exigibles des étudiants, de même que la division selon les puissances croissantes.*
Exemples simples de décomposition de fractions rationnelles en éléments simples. Application à des calculs de primitives de fractions rationnelles. *Aucune théorie générale ne sera faite dans ce cadre.*