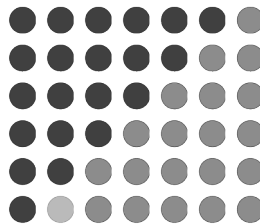


Devoir Maison
Les nombres figurés des mathématiciens grecs et arabes.

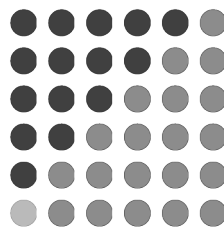
Le $n^{\text{ième}}$ **nombre triangulaire** t_n est le nombre de disques que contient un tas triangulaire dont la base est formée de n disques. Sur le dessin ci-dessous on voit que les quatre premiers nombres triangulaires sont 1, 3, 6, 10.



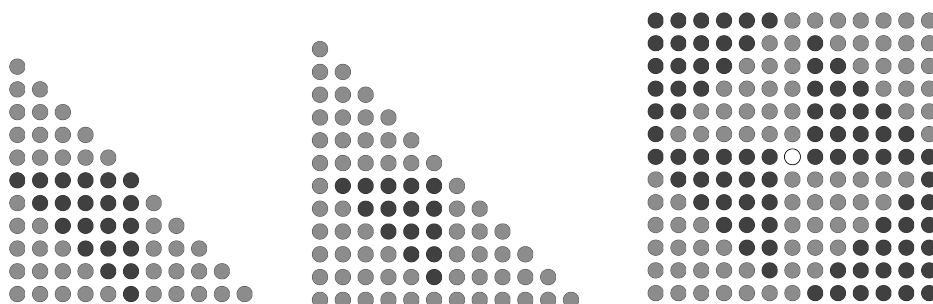
1. Calculer t_n et la somme $1 + 2 + 3 + \dots + n$ grâce au dessin ci-dessous



2. Montrer qu'un nombre triangulaire ne se termine jamais par 2, 4, 7, 9.
3. On appelle **nombre carré** (ou carré parfait) un entier qui est le carré d'un autre. A votre avis, d'où vient cette appellation? Quelle égalité entre nombre triangulaires et carrés peut-on déduire de la figure ci-dessous? La vérifier par le calcul.

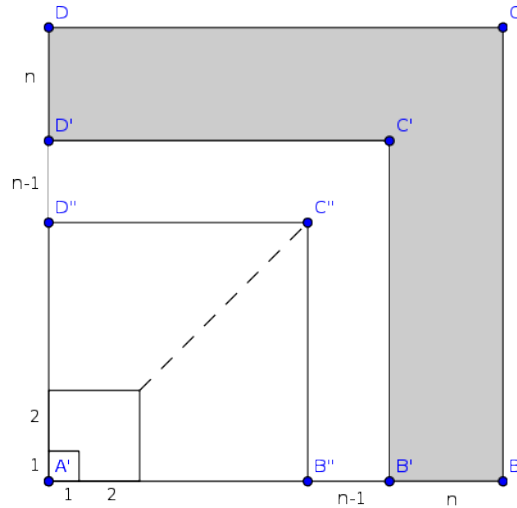


4. Quelles sont les égalités impliquant nombres triangulaires et carrés parfaits cachées dans les figures ci-dessous? Les démontrer par le calcul.



Le dessin ci-dessous a été utilisé par Al-Karagi, brillant mathématicien arabe du XI^{ème} siècle, pour démontrer l'identité

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2$$



Le grand carré est construit par récurrence. On part du carré de côté 1 et à chaque rang, on ajoute la partie grisée (appelée gnomon) de largeur n qui est faite pour qu'on obtienne encore un carré après l'ajout.

5. Calculer le côté du grand carré, l'aire de la partie grisée et en déduire l'égalité ci-dessus.
6. Calculer aussi le $n^{\text{ème}}$ **nombre pentagonal** défini comme le nombre de points de la figure ci-dessous (où $n = 4$).

