Mathématiques pour la biologie - Licence 2ème année
Examen Janvier 2010 - Durée 2h
Document autorisé : 1 feuille recto-verso uniquement
Calculatrice : autorisée

Rappels.

- Si U suit une loi normale centrée réduite (moyenne $=0$ et variance $=1$) alors $\mathbb{P}(U \leq 1.28) = 0.90$, $\mathbb{P}(U \leq 1.65) = 0.95$, $\mathbb{P}(U \leq 1.96) = 0.975$.
- Si V suit une loi du Khi-deux à un degré de liberté alors $\mathbb{P}(V \leq 2.70) = 0.90$, $\mathbb{P}(V \leq 3.84) = 0.95$, $\mathbb{P}(V \leq 5.02) = 0.975$.
- Si W suit une loi du Khi-deux à deux degrés de liberté alors $\mathbb{P}(W \leq 4.60) = 0.90$, $\mathbb{P}(W \leq 5.99) = 0.95$, $\mathbb{P}(W \leq 7.37) = 0.975$.
- Si Z suit une loi du Khi-deux à trois degrés de liberté alors $\mathbb{P}(Z \leq 6.25) = 0.90$, $\mathbb{P}(Z \leq 7.81) = 0.95$, $\mathbb{P}(Z \leq 9.35) = 0.975$.
- Si F suit une loi de Fisher de degrés 15 et 16 alors $\mathbb{P}(F \leq 1.94) = 0.90$, $\mathbb{P}(F \leq 2.35) = 0.95$, $\mathbb{P}(F \leq 2.79) = 0.975$.
- Si S suit une loi de Student à 31 degré de liberté alors $\mathbb{P}(S \leq 1.31) = 0.90$, $\mathbb{P}(S \leq 1.69) = 0.95$, $\mathbb{P}(S \leq 2.03) = 0.975$.

Exercice 1/
On désire mesurer l'efficacité d'un traitement, noté traitement A, sur des patients atteints de leucémie myéloïde chronique. Après un an de traitement on mesure le taux (en pourcentages) de chromosome de Philadelphie chez 17 personnes ayant suivi le traitement et chez 16 personnes sans traitement atteintes du même cancer. Le tableau suivant contient ces pourcentages (un pourcentage nul signifie la disparition du chromosome responsable de la maladie)

Sans traitement	35	64	87	65	20	95	50	55	25	64	90	91	54	0	16	85	
Avec traitement	44	81	18	16	25	32	0	0	71	11	38	21	81	12	10	0	10

On donne les moyennes des individus (A = avec traitement, S = sans traitement) : $m_A = 27.6$ et $m_S = 56$. On donne également les variances empiriques (observées) par groupe d'individus : $S_A^2 = 687.3$ et $S_S^2 = 836.7$.
Première étude.
On suppose que les pourcentages observés suivent des loi normales. On suppose également que les 33 patients sont observés indépendamment.

1. Décrire la population statistique et les variables étudiées.

   $\hookrightarrow$ pop=(malades) var = traitement (quali) et pourcentage (quanti) => **1 point**

2. Est-ce que le traitement entraîne un changement de la variabilité du pourcentage de chromosome ? (préciser les hypothèses testées et le risque pris en répondant)

   $\hookrightarrow$ test égalité 2 variances (0.5 point pour hypothèses bilatérale) Stat= 1.2 (0.5 point pour formule et 0.5 point pour calcul juste) La stat ne dépasse pas les seuils proposés (0.5 point pour la loi). On rejetterait avec risque de se tromper trop grand (supérieur à 10 %) (1 point). On accepte l'égalité (0.5 point) => **3.5 points**

3. Est-que le traitement fait diminuer le pourcentage de chromosome ? (préciser les hypothèses testées et le risque pris en répondant)

   $\hookrightarrow$ test égalité 2 moyennes (0.5 point pour hypothèses unilérale) Stat= -8.4 (0.5 point pour formule et 0.5 point pour calcul juste) La stat dépasse les seuils proposés (0.5 point pour la loi). On rejette avec risque de se tromper inférieur à 0.25 % (1 point). On accepte la diminution du pourcentage (1 point) => **4 points**

Deuxième étude.
Dans un deuxième temps, on remet en cause la normalité des observations. On cherche alors une autre méthode pour tester l'effet du traitement.

1. Ordonner les observations => **0.5 point**.

2. Proposer un nouveau test pour comparer les pourcentages de chromosome avec et sans traitement

$\hookrightarrow$ MAnn Whitney Wilcoxon sur les rangs (0.5 point) Stat =2.68 (0.5 point et calcul 0.5 point). Stat dépasse les seuils (0.5 point la loi) : rejet avec un risque inférieur à 2.5 % (1 point). => **3 points**

3. Quelle conclusion obtient-on avec ce nouveau test ?

   $\hookrightarrow$ Donc même conclusion = diminution du pourcentage de chromosomes (1 point)

Exercice 2/
Pour étudier les effets secondaires d'un nouveau médicament on observe les réactions de 100 individus (hommes et femmes) volontaires. Les observations sont résumées dans le tableau suivant :

Population	Pas d'effet	Effet secondaire
Femme	10	30
Homme	20	40

On suppose que les 100 personnes ont été observées indépendamment.
Première étude.
On s'intéresse aux proportions P_H d'hommes et P_F de femmes ayant un effet secondaire.

1. Estimer ces deux proportions.

   $\hookrightarrow$ 1 point

2. Tester l'égalité de ces deux proportions (préciser les hypothèses testées et le risque pris en répondant)

   $\hookrightarrow$ 4 points

Deuxième étude.
On s'intéresse maintenant aux deux variables "population" et "effet".

1. Dresser le tableau des effectifs théoriques si ces deux variables étaient indépendantes.

   $\hookrightarrow$ 2 points

2. Tester l'indépendance de ces deux variables. (préciser les hypothèses testées et le risque pris en répondant)

   $\hookrightarrow$ 4 points

Exercice 3/
Lors d'une étude sur les territoires de chasse des renards, une forêt a été découpée de manière uniforme en quatre zones géographiques (Nord, Sud , Est , Ouest). On a alors observé 100 individus répartis de la manière suivante

Nord	Sud	Est	Ouest
29	11	30	30

A partir de ces observations on essaie de savoir si le renard a une préférence pour certaines zones géographiques ou bien si son territoire se répartit uniformément parmi les quatre zones.

1. Traduire sous forme d'hypothèses H_0 et H_1 la question précédente.

   $\hookrightarrow$ 2 points

2. Répondre (en indiquant le risque de se tromper).

   $\hookrightarrow$ 4 points