Licence de Biologie, Mathématiques pour la Bio 2
Corrigé du partiel du 18/11/13

Exo 1
Jérôme Bidochon assiste à une compétition amateur de ski. Les participants sont séparés en deux groupes selon leur sexe. Un médecin mesure le rythme respiratoire de chaque concurrent avant le départ, un autre médecin effectue une autre mesure immédiatement après l'arrivée. Les résultats sont résumés ci-dessous.

	Garçons		Filles	
	Départ	Arrivée	Départ	Arrivée
Effectifs	16	14	12	10
Moyenne observée	18	40	16	35
Ecart type estimé *s*	4	8	3	4

On s'intéresse tout d'abord à l'état des deux groupes **au départ de la course**. On veut savoir si, au départ, le rythme respiratoire diffère significativement entre les garçons et les filles. (On choisira un risque α=5 %)

1.1 Pourquoi peut-on supposer que les rythmes respiratoires suivent des lois normales ?
Parce que ce sont des mesures biométriques.

1.2 Quels tests effectuer pour savoir si ces lois normales diffèrent entre filles et garçon ?
Un test de comparaison de variances entre échantillons indépendants puis, si on ne peut pas rejeter l'hypothèse d'égalité, un test de comparaison de moyennes entre échantillons indépendants.

1.3 Quelles hypothèses doit-on vérifier pour effectuer ces tests (distinguer entre les tests) ?
Dans les deux cas, il faut que les échantillons proviennent de tirages i.i.d., Et indépendants entre eux, ce qu'on supposera.
Pour la variance, on a besoin de la normalité du rythme respiratoire, pour les moyennes aussi car les échantillons sont petits et la variance inconnue. En outre, pour faire le test sur les moyennes, on a besoin que les variances soient égales, d'où le test précédent.

1.4 Faire les tests et conclure.
Variance
On pose H_0= « la variance du rythme respiratoire est la même chez les filles et les garçons ».
On calcule la statistique de test $F_0=s_1^2/s_2^2=4^2/3^2=16/9=1,178$ que l'on compare à une loi de Fisher à (15,11) d.d.l. Les seuils à 5% pour cette loi sont 0,332 et 3,330, on ne peut pas rejeter H_0.

Moyenne

On pose H_0= « l'espérance du rythme respiratoire est la même chez les filles et les garçons ».

On estime d'abord la variance $s^2=((n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2)/(n_1+n_2-2)=339/26=13{,}038$.

On calcule la statistique de test

$$S_0=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{s(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}=\frac{18-16}{\sqrt{\frac{339}{26}(\frac{1}{18}+\frac{1}{16})}}=1{,}612$$ que l'on compare à une loi de Student à 26 d.d.l.

Le seuil à 5% pour cette loi est 2,056, donc on ne peut pas rejeter H_0.

On s'intéresse maintenant aux mesures faites à l'arrivée, et on cherche à savoir si dans les deux groupes, le rythme respiratoire est significativement différent, sachant que les individus les moins sportifs ont été éliminés suite à une chute en cours d'épreuve et n'ont donc pas été comptabilisés dans les calculs.

1.5 Faire les tests et conclure.

Les tests et leur conditions d'applicabilité sont les mêmes.

Variance

Pour chaque sexe, on pose H_0= « la variance du rythme respiratoire est la même avant et après la course ».

Garçons :

On calcule la statistique de test $F_0=s_1^2/s_2^2=8^2/4^2=16$ que l'on compare à une loi de Fisher à (13,15) d.d.l. Le seuil supérieur à 5% pour cette loi est de 2,925, on dois donc rejeter H_0.

Les rythmes respiratoires des garçons sont donc significativement différents au risque 5%.

Filles :

On calcule la statistique de test $F_0=s_1^2/s_2^2=4^2/3^2=16/9=1{,}178$ que l'on compare à une loi de Fisher à (9,11) d.d.l. Les seuils à 5% pour cette loi sont 0,256 et 3,588 , on ne peut pas rejeter H_0.

Moyenne :

On pose H_0= « l'espérance du rythme respiratoire des filles est la même avant et après la course».

On estime d'abord la variance $s^2=((n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2)/(n_1+n_2-2)=243/20$.

On calcule la statistique de test

$$S_0=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{s(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}=\frac{35-16}{\sqrt{\frac{243}{20}(\frac{1}{10}+\frac{1}{12})}}=12{,}73$$ que l'on compare à une loi de Student à 20 d.d.l.

Le seuil à 5% pour cette loi est 2,086, donc on rejete H_0.

Les rythmes respiratoires des filles sont donc significativement différents au risque 5%.

Exo 2

Chez les souris, le phénotype poils raides/ poils frisés est sous la dépendance d'un couple d'allèles autosomiques A et a. De nombreux croisements entre des hétérozygotes Aa et des homozygotes récessifs aa ont été effectués. Seuls les résultats correspondant à des portées de 8 souriceaux sont mentionnés dans le tableau suivant.

Nbre de souriceaux à poils raides	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nbre de portées	0	2	4	8	24	12	10	4	0

On s'intéresse à la variable « nombre de souriceaux à poils raides par portée »

2.1 Donner un estimateur du nombre moyen de souriceaux à poils raides dans une portée de 8.
On divise le nb total de souriceaux à poils raides par le nb de portée. On trouve

$$\bar{x}=\frac{1*2+2*4+3*8+4*24+5*12+6*10+7*4}{2+4+8+24+12+10+4}=\frac{278}{64}=\frac{139}{32}=4{,}34$$

On cherche à savoir si ce résultat est conforme à ce qui est attendu d'après les lois de Mendel.

2.2 Quel test peut-on utiliser ?
Un test de comparaison de proportion à une proportion fixée (ici ½)

2.3 Effectuer le test, donner la p-valeur et conclure au risque $\alpha=1$ %
On a bien un échantillon i.i.d.
La proportion empirique est f=139/(8*32)=139/256 et la probabilité théorique p=½.
La statistique de test est donc

$$t=\sqrt{n}\frac{f-p}{\sqrt{p(1-p)}}=\sqrt{64}\frac{139/256-1/2}{\sqrt{1/2(1-1/2)}}=0{,}6875$$ à comparer à une loi normale centrée réduite.

Le seuil à 1 % est ici 2,58, donc **on ne peut pas rejeter et les lois de Mendel.**

La p-valeur est ici 2(1-0,75)=50 %!

2.4 Quel serait la conclusion si le nombre de portées de souriceaux analysé était 5 fois plus élevé dans chacune des 8 classes ?
F n'est pas modifié, mais n est multipliié par 8, donc t devient $t=\sqrt{8}*0{,}6875=1{,}94$ **la conclusion ne change pas.**

Annexe : Quelques fractiles pour des lois de Fisher (ceux utilisés)

d.d.l.	(15, 11)	(11,15)	(12,16)	(16,12)	(13,15)	(15,13)	(14,16)	(16,14)	(11,9)	(9,11)	(10,12)	(12,10)
$F_{0,025}$	0,332				0,328					0,256		
$F_{0,05}$												
$F_{0,95}$												
$F_{0,975}$	3,330				2,925					3,589		