

### Initiation au logiciel Scilab

**Conseil.** Aidez-vous si besoin du document "Initiation au logiciel Scilab" qui vous a été distribué, et posez des questions...

#### Exercice 1

On note  $u$ ,  $v$  et  $w$  les vecteurs suivants :

$$u = (1, -1, 2)^T, \quad v = (10, -1, 3)^T, \quad w = (5, -1, 4)^T.$$

Calculer  $3u$ ,  $\|u\|_2$ ,  $2u - v + 5w$ ,  $\|2u - v + 5w\|_1$ ,  $\|w - 4v\|_\infty$ .

#### Exercice 2

On définit les vecteurs  $u_1, u_2, u_3$  et  $u_4$  de  $\mathbb{R}^5$  par

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Soit  $A$  la matrice dont les colonnes sont formées par les vecteurs  $u_1, u_2, u_3$  et  $u_4$ .

- 1) Quel est le rang de  $A$ ?
- 2) Même question si on remplace  $u_4$  par le vecteur  $(-3, 11, 4, 13, 4)^T$ .
- 3) Déterminer le noyau de  $A$ .

#### Exercice 3

On note  $A$ ,  $B$  et  $C$  les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 3 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si possible :

- 1) Calculer les matrices  $AB$ ,  $BA$  et  $AB^T$ .

- 2) Calculer les déterminants des matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- 3) Calculer les inverses des matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- 4) Calculer les valeurs propres de la matrice  $E = AA^T$ .
- 5) Quel est le rayon spectral de  $E$ ?
- 6) Déterminer les vecteurs propres de la matrice  $E$ .

#### Exercice 4

On pose

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 7 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Que font les instructions suivantes ?

$A.*B$ ,  $A./B$ ,  $A.^B$ ,  $\cos(A)$

#### Exercice 5

1) Pour chacune des matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0.75 & 0. & 0.25 \\ 0. & 1. & 0. \\ 0.25 & 0. & 0.75 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0.375 & 0 & -0.125 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ -0.125 & 0 & 0.375 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} -0.25 & 0. & -0.75 \\ 0. & 1. & 0. \\ -0.75 & 0. & -0.25 \end{pmatrix},$$

calculer  $A_i^n$  pour  $n = 100$  et  $n = 101$ .

2) Que vaut  $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_i^n$ ? Expliquer vos observations en diagonalisant chacune des matrices.

#### Exercice 6

Soient  $A$  et  $B$  les matrices définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 5 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

On note  $u$  la deuxième colonne de  $A$  et  $v$  la dernière ligne de  $B$ .

- 1) Définir  $u$  et  $v$  par extraction puis déterminer la matrice  $uv$ .
- 2) Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
E=A(2:3,1:3)
find(E>0)
if find(E>0) then, s=1, else, s=0, end;
```

3) Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
E==100
find(E==100)
if find(E==100) then, s=1, else s=0, end;
```

### Exercice 7

Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
for i=1:3:11, i, end;
u=[1,4,7,10]; for i=u, i, end;
v=1:3:11; for i=v, i, end;
```

### Exercice 8

Soient les matrices  $A$  et  $B$  définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -7 & 8 & 6 \\ -5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Que font les instructions suivantes ?

```
v=[1, 2, 4, 7];
A(v)=A(v)+0.01;
B(v)=abs(B(v));
```

### Exercice 9

Soit  $A$  la matrice et  $v$  le vecteur définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad v = (1 \ 2 \ 4 \ 7).$$

Que font les instructions suivantes ?

```
diag(A);
diag(v);
diag(diag(A));
```

### Exercice 10

Soient la matrice  $A_n$  d'ordre  $n$  suivante :

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) Que font les instructions suivantes ?

```
n=5;
eye(n,n);
ones(n-1,1);
diag(ones(n-1,1),1);
diag(ones(n-1,1),-1);
```

2) A l'aide des instructions de la question précédente, former la matrice  $A$  associée à  $n = 5$ .

3) A l'aide des fonctions `zeros` et `toeplitz` de Scilab, reformer la matrice  $A$ .

4) Que font les instructions suivantes ?

```
triu(A);
tril(A);
```

### Exercice 11

Soit  $A = (A_{ij})$  la matrice et  $b$  le vecteur définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ -4 & 2 & 11 & 1 \\ 8 & 0 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

1) Vérifier que la matrice  $A$  est inversible.

2) En tapant successivement les instructions `x=A\b` et `A*x-b`, caractériser  $x$ .

3) En tapant successivement les instructions `x=b'/A` et `x*A-b'`, caractériser  $x$ .

### Exercice 12

Soit  $A = (A_{ij})$  la matrice définie par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ -4 & 2 & 11 & 1 \\ 8 & 0 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ecrire l'instruction permettant de calculer la matrice  $B$  (de même taille que  $A$ ) dont l'élément  $B_{ij}$  est égal à  $f(A_{ij})$  dans les cas suivants :

- i)  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ ,
- ii)  $f(x) = |2x^2 - 3x - 1|$ ,
- iii)  $f(x) = (x - 1)(x + 4)$ ,
- iv)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ .