
Feuille 4: Résolution et représentation de systèmes 2D

Dans cette feuille, nous allons étudier numériquement différents systèmes 2D non linéaires.

- Le premier sera le modèle de Lotka-Volterra, modélisant l'évolution d'un système proie-prédateurs. Si x est la population de proies, et y celle des prédateurs:

$$\begin{cases} x' = x(1 - y) \\ y' = \alpha y(x - 1) \end{cases}$$

- Le second sera un modèle de compétition pour une même ressource entre deux espèces de population x et y :

$$\begin{cases} x' = x(1 - x - \mu_1 y) \\ y' = \alpha y(1 - y - \mu_2 x) \end{cases}$$

- Le troisième sera un modèle de Lotka-Volterra réaliste:

$$\begin{cases} x' = x(1 - x) - \frac{\alpha xy}{x+d} \\ y' = by(1 - \frac{y}{x}) \end{cases}$$

Remarques:

- Tous les paramètres apparaissant dans ces modèles ($\alpha, \mu_1, \mu_2, a, b, c, d$) sont strictement positifs. Dans les simulations on, les fera varier pour observer les différents comportements possibles.
- Si vous êtes bloqués sur les premières question, passer directement à la question 4 et téléchargez le programme. Utilisez le et vous en saurez plus sur la manière de répondre aux questions précédentes.

(1) Ces trois systèmes peuvent s'écrire $Z' = f(Z)$, avec $Z = {}^t(x, y)$, et f une fonction \mathcal{C}^∞ . Définissez ces trois fonctions dans un fichier `modélisation.sci`.

(2) Sous Scilab, il existe une fonction préprogrammée `ode` qui résout numériquement les EDO. Elle est très bien faite, et beaucoup plus fiable qu'une fonction programmée à la main. Tapez

```
help verbatim
```

pour avoir la syntaxe et utilisez la avec des systèmes de dimension 1 simples comme $x' = \sin x$, où $x' = x(1 - x)$, et d'autres... Affichez graphiquement les résultats obtenus.

(3) Utilisez maintenant `ode` avec une des trois fonctions 2D définies ci-dessus. Affichez graphiquement la trajectoire obtenue, c'est-à-dire tracez la courbe $(x(t), y(t))$. Tracez aussi sur un même graphique les courbes $(t, x(t))$ et $(t, y(t))$.

- (4) Rendez vous sur la page web

http://people.math.jussieu.fr/~hauray/enseignement/L3-EDO/EDO_L3-TP.html

pour télécharger le programme associé à la cinquième feuille d'exo. Ouvrez le avec l'éditeur Scilab, lisez le, notamment toutes les explications en commentaire, pour comprendre comment il marche, puis exécutez le dans Scilab. Vous pouvez alors utiliser la fonction `portrait_phase` programmée dedans. Qu'observe-t-on? N'oubliez pas de modifier la valeur des paramètres.

- (5) Modifiez la fonction f dans le programme téléchargé pour pouvoir étudier les autres systèmes. Faites varier les paramètres et observez. Pour le troisième système, on choisira notamment les paramètres au voisinage de $a=.9, b=.1, d=.1$.