

- Exercice 1**
1. Écrire si possible la matrice $A := \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ sous la forme PDP^{-1} où D est une matrice diagonale et P inversible.
 2. Montrer que la matrice $B := A/6$ est stochastique et primitive.
 3. Calculer B^k et sa limite.
 4. Montrer que l'endomorphisme c de \mathbb{R}^2 de matrice $C = {}^tA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ dans la base canonique admet une base (f_1, f_2) de vecteurs propres.
 5. Soit v un vecteur de \mathbb{R}^2 . Montrer que la suite $(\frac{c}{6})^k(v)$ tend vers un vecteur de l'espace propre $E_1(\frac{c}{6})$.
 6. Représenter graphiquement le cône image du premier cadran $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0 \text{ et } y > 0\}$ par l'application linéaire c de matrice $C = {}^tA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ dans la base canonique de \mathbb{R}^2 . Représenter les cônes images de Q par c^2 et c^3 .
 7. Vérifier que les cônes s'approchent du vecteur d'état de B .