University of Annaba–"Department of Mathematics"
Master 2 of Energy **2017–2018**

Optimisation

First Exam: 1.30

Remarque.:

- L'utilisation des Télephones portables et calculatrices est interdite
- Le presentation de la réponse est comptée sur 2.0pts

Exercice 1. Donner les definitions de chaqu'une des notions suivantes avec un exemple :

1. Probleme d'optimisation.
2. Probleme d'optimisation en Dimension Finie.
3. Probleme d'optimisation sous contraintes.
4. Probleme d'optimisation sans contraintes.
5. Point critique.

Exercice 2. Soit f une fonction reelle de classe $\mathcal{C}^2$ et x_0 un point donnee de $\mathbb{R}$.

1. Donner des conditions suffisantes pour que x_0 soit un minimum de f.
2. Donner des conditions suffisantes pour que x_0 soit un maximum de f.
3. Verifier si $x_0 = 0$ est un minimum ou maximum pour les fonctions suivantes:

$$1 - f(x) = x^3 \quad 2 - f(x) = x^2 \quad 3 - f(x) = \frac{x^2}{x^3+1} \quad 4 - f(x) = \sin(x) + \cos(x)$$

Exercice 3. Soit f la fonction definie par

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2$$

1. Montrer qu'ils existent deux valeurs reelle positives a et b tels que, pour tout x, y :

$$f(x,y) \geq a(x^2+y^2) + b.$$

   En deduire que $f(x,y)$ admet une borne inferieure.

2. Determiner les points critiques de f et determiner leur nature.

Exercice 4. Soit f la fonction definie par

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 2axy - 2x - 2y$$

Discuter suivant la valeur de a, la solution du probleme d'optimisation suivant:

$$\inf_{(x,y)\in\mathbb{R}^2} f(x,y).$$