Département Sciences et Techniques-ST, Université de Annaba
Module Maths 3, Second year Undergraduation
2015–2016

First Exam 1

Exercice 1. Etudier la nature des series suivantes dont le terme general est :

1. $U_n = \dfrac{a^n + (\ln n)^{\sqrt{n}}}{b^n + (\sqrt{n})^{\ln n}}, \quad 0 < a, b < 1$ 2. $U_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin^5 x dx,$ 3. $U_n = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} \dfrac{n^2}{n^2 + pn + q}\right), \quad p, q \in \mathbb{R}$

4. $U_n = \dfrac{1}{(2n-1)\, 2^{2n-1}}.$

Exercice 2.

1. Etudier la convergence simple et uniforme de :
$$f_n(x) = \frac{nx^2}{1+nx}, \quad x \in [0,1].$$
2. Trouver le domaine de convergence de
$$\sum_{n \geq 1} 3^{\frac{n}{2}} (-x)^n.$$
3. Calculer le rayon de convergence et la somme de
$$\sum_{n \geq 0} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}.$$

Exercice 3.

1. Etudier la nature de l'integrale suivante :
$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{(x^2-1)^\alpha} dx.$$
2. Calculer I et J en utilisant les fonctions speciales β et Γ
$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}},$$
$$J = \int_0^2 x \sqrt[3]{8 - x^3} dx.$$

Exercice 4.

1. Calculer :
$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(p+2)(p^2+4p+5)}\right).$$
2. Deduire la solution de :
$$y'' + 4y' + 5y = \exp(-2t),$$
avec
$$y(0) = y' = 0.$$