

Série 1: Fonctions de deux variables-Limites et Continuité

Exercice 1. représenter graphiquement les ensembles de points suivants:

1.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \text{ et } y \geq x\} \quad (1)$$

2.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y - 1 \geq 0\} \quad (2)$$

3.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y - 1 \geq 0 \text{ et } x \geq 0 \text{ et } y \leq 1\} \quad (3)$$

4.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \quad (4)$$

5.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\} \quad (5)$$

6.
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y - 1 \geq 0 \text{ et } x + 2y + 1 \geq 0 \text{ et } y \leq 1\} \quad (6)$$

Exercice 2. Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes et les représenter graphiquement:

1. $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$, 2. $f(x, y) = \sqrt{xy}$, 3. $f(x, y) = \ln\left(1 + \frac{x}{y}\right)$, 4. $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 - y}}{\sqrt{y}}$.

Exercice 3. Déterminer les courbes de niveau pour

1. $f(x, y) = \exp(y - x^2)$, 2. $f(x, y) = \ln(x - y^2)$.

Exercice 4. Calculer les limites suivantes si elles existent

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{xy - 2y}{x^2 + y^2 - 4x + 4}$, 2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{y \ln(x+1)}{x^2 - 2x + 1}$, 3. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x \ln(y)}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}}$.

Exercice 5. Les fonctions suivantes sont-elles continues au point $(0, 0)$:

1.
$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \quad \text{et } f(0, 0) = 0. \quad (7)$$

2.
$$f(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \quad \text{et } f(0, 0) = 0. \quad (8)$$