Ecole Préparatoire
Aux Sciences et Techniques.
Annaba.

Controle Continu 1

Exercice 1 Etudier la continuité des fonctions suivantes (Choisir deux parmi quatre)

$$f_1(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3}{x^2+y^2}\exp\left(x^2+y^2\right) \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$f_2(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{x^2+y^2}\exp\left(x^2+y^2\right) \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$f_3(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3y}{x^2+y^2} \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$f_4(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^4+y^3+xy}{x^4+y^2} \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

Exercice 2 Soit $f: R^2 \to R$,

$$f(x;y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y+xy^2}{x^2+y^2} \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

Montrer que f est continue en $(0;0)$ et admet des dérivées partielles dans toutes les directions, mais n'y est pas différentiable.

Exercice 3 [1]Etudier la continuité, ainsi que l'existence et la continuité des dérivées partielles premières, de la fonction:

$$f(x,y)=\frac{x\sin y+y\sin x}{x^2+y^2} \text{ si } (x,y)\neq(0,0)\,,f(0,0)=0$$

Exercice 4 Calculer la dérivée de la fonction $f(x;y)=x^3-2x^2y+xy^2+1$ au point $P(1;2)$ dans la direction joignant ce point au point $M(4;6)$.

[1] Choisir l'exercice 2 ou l'exercice 3