

Serie 1 d'exercices au departement Sciences et Techniques: Les series numeriques

Last update: Friday Oct. 11, 2013

**Exercice 1.** Au moyens de leur sommes partielles, etudier la nature des series suivante et calculer leur sommes si elle existe:

1. 
$$\sum_{n \geq 2} \frac{1}{(n-1)n(n+1)}, \quad (1)$$

2. 
$$\sum_{n \geq 1} (2\sqrt{n} - \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}). \quad (2)$$

**Exercice 2.** Etudier les series suivantes dont le terme general est:

1. 
$$\sqrt{n^2 + n} - n, \quad (3)$$

2. 
$$\arcsin \frac{n^3 + 1}{n^3 + 2}. \quad (4)$$

3. 
$$\ln \frac{2 + n^\alpha}{1 + n^\alpha}, \quad \alpha > 0. \quad (5)$$

4. 
$$\sqrt{\frac{n-1}{n^4+1}}. \quad (6)$$

5. 
$$\frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}. \quad (7)$$

6. 
$$\frac{3^n - n^3}{5^n - 2^n}. \quad (8)$$

7. 
$$\sin^2 \left( \pi \left( n + \frac{1}{n} \right) \right). \quad (9)$$

8. 
$$1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (10)$$

9. 
$$\frac{(n+1)(n+2) \dots (2n)}{(2n)^n}. \quad (11)$$

10. 
$$\left( \frac{n^2 - 5n + 1}{n^2 - 4n + 2} \right)^{n^2}. \quad (12)$$

11. 
$$\frac{(3n-2)! 4^{2n} 5^{3n}}{(2n-1)! n! 2^{4n}}. \quad (13)$$

12. 
$$\frac{2^n}{n^2} (\sin \alpha)^{2n}. \quad (14)$$

13. 
$$\frac{\log_n \alpha}{\log_\alpha n}. \quad (15)$$

14. 
$$\frac{\ln n^n}{(\ln n)^n}. \quad (16)$$

15. 
$$(\ln \alpha)^{\ln n}, \alpha \geq 1. \quad (17)$$

16. 
$$\left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right) (\ln n)^{2014}. \quad (18)$$

17. 
$$\int_0^{\frac{\pi}{n}} \sqrt{\sin x} dx. \quad (19)$$

**Exercice 3.** Etudier les series suivantes dont le terme general est:

1. 
$$\frac{\sqrt{n}}{n^4 + 1}. \quad (20)$$

2. 
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{n}}. \quad (21)$$

3. 
$$\left(\cos \frac{1}{n}\right)^{n^\alpha}. \quad (22)$$

4. 
$$\frac{3^n + 7^{2n}}{\ln^2 n + 8^{2n} + n^3}. \quad (23)$$

5. 
$$\frac{\lambda^n}{\lambda^{2n} + \lambda^n + 1}, \lambda > 0. \quad (24)$$

**Exercice 4.** Etudier la convergence, semi-convergence, et convergence absolue des series suivantes dont le terme general est:

1. 
$$\frac{(-1)^n}{\ln n}. \quad (25)$$

2. 
$$(-1)^n \sin \frac{1}{n}. \quad (26)$$

3. 
$$(-1)^n \frac{\ln n}{\sqrt{n}}. \quad (27)$$

4. 
$$\sin \left(\frac{\pi n^2}{n+1}\right). \quad (28)$$

**Exercice 5.** Etudier la nature des series suivantes:

1. 
$$\frac{a^n 2^{\sqrt{n}}}{2^{\sqrt{n}} + b^n}, a, b > 0. \quad (29)$$

2. 
$$n \left(\sin \frac{1}{n}\right)^{n^\alpha}. \quad (30)$$

3. 
$$\int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sin^3 x}{1+x} dx. \quad (31)$$