L'approximation numérique des équations différentielles fractionnaires

Mémoire de fin d'étude

HABIBA SEBTI dirigé par Dr. A. BRADJI

Université d'Annaba - Département de Mathématiques

19 Juin 2011

Le but

Le but de cette présentaion est de proposer et étudier l'approximation par différences finies de l'équation:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} \qquad (x,t) \in \Omega \times (0, T\,] \tag{1}$$

où $\Omega = (0,1), 1 < \alpha < 2$, $T > 0$ donné, et l'operateur différentiel fractionnaire d'ordre α est donné par

$$\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{d^2}{dx^2} \int_0^x \frac{u(\zeta)}{(x-\zeta)^{\alpha+1-n}} d\zeta. \tag{2}$$

avec les conditions aux limites considérées ici sont de type Dirichlet homogène:

$$u(0,t) = 0,\;\; u(1,t) = 0 \qquad t \in (0, T\,] \tag{3}$$

et une condition initiale donnée par

$$u(x,0) = \;u_0(x), \qquad x \in \Omega. \tag{4}$$

Plan du travail

1. Introduction

Plan du travail

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
   - Le schéma explicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
   - Le schéma explicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.
   - Existence de la solution.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
   - Le schéma explicite.
   - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.
   - Existence de la solution.
   - L'appoximation numérique des équations différentielles fractionnaires avec un terme source linéaire.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.
    - Existence de la solution.
    - L'appoximation numérique des équations différentielles fractionnaires avec un terme source linéaire.
        - Le schéma explicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.
    - Existence de la solution.
    - L'appoximation numérique des équations différentielles fractionnaires avec un terme source linéaire.
        - Le schéma explicite.
        - Le schéma implicite.

Plan du travail

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1).
    - Le schéma explicite.
    - Le schéma implicite.
5. Equations différentielles fractionnaires.
    - Existence de la solution.
    - L'appoximation numérique des équations différentielles fractionnaires avec un terme source linéaire.
        - Le schéma explicite.
        - Le schéma implicite.
6. Conclusion.

1. Introduction
2. Préliminaires
3. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 2$ dans (1)
4. Schéma de différences finies pour le cas $\alpha = 1$ dans (1)
5. Schéma de différences finies pour le cas fractionnaire: $\alpha \in (1, 2)$
6. Conclusion

Introduction

- Les équations différentielles fractionnaires et les équations différentielles partielles ont été discutées par beaucoup d'auteurs comme généralisations des équations différentielles et partielles classiques.Ils apparaissent dans le flux de fluide, les finances, les sciences biologiques et d'autres.
- Les équations differentielles fractionnaires et partielles ont attiré une attention considérable en raison de leurs applications dans plusieurs secteurs.
- En conséquence, il est utile de regarder l'approximation de cette grande classe des équations différentielles et partielles.

Théorème

Si le schéma aux différences $L_h u^{(h)} = f^{(h)}$ approche le problème $Lu = f$ pour la solution u à l'ordre k en h et est stable, alors la solution $u^{(h)}$ du problème aux différences $L_h u^{(h)} = f^{(h)}$ converge vers $[u]_h$ et on a l'estimation

$$\left\| [u]_h - u^{(h)} \right\|_{U_h} \leq Ch^k,$$

avec C est une constante indépendante de h.

Préliminaires

Définition

La dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouuville d'ordre $\alpha \in \mathbb{R}$ est définie par

$$\frac{\partial^\alpha \Phi(x,t)}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_0^x \frac{\Phi(\zeta)}{(x-\zeta)^{\alpha+1-n}} d\zeta$$

où n est un entier tel que $n-1 < \alpha \leq n$.

Définition

la formule de Grünwald est

$$\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{N} g_k u(x-(k-1)h, t) + O(h).$$

Théorème

Théorème de Gerschgorin

Soit $M \in M_n\ (\mathbb{K}\ )$.

L'ensemble des valeurs propres est inclus dans la réunion des disques de Gerschgorin, c'est à dire:

λ est une valeur propre de $M \Longrightarrow \lambda \in \bigcup\limits_{i=1}^{n} D_i$.

C'est le cas $\alpha = 2$ dans (1).
On considère le problème en une dimension d'espace. Au temps $t = 0$, on se donne une condition initiale u_0, et on considère des conditions aux limites de type Dirichlet homogène. Le problème unidimensionnel s'écrit:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0, \quad \forall x \in]0,1[, \ \forall t \in]0,T[\\ u(x,0) = u_0(x), \ \forall x \in]0,1[\\ u(0,t) = u(1,t) = 0, \ \forall t \in]0,T[\end{cases} \tag{5}$$

Le schéma explicite

- On approche la dérivée en temps $u_t(x_i, t_n)$ par le qoutient différentiel:

$$\frac{u(x_i, t_{n+1}) - u(x_i, t_n)}{k}$$

- et la dérivée en espace $-u_{xx}$ par le qoutient différentiel:

$$\frac{1}{h^2}(2u(x_i, t_n) - u(x_{i+1}, t_n) - u(x_{i-1}, t_n))$$

le schéma explicite

le schéma explicite

le schéma explicite

Le schéma

$$\begin{cases} \frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{k} + \frac{1}{h^2}(2u_i^n - u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) = 0, \; i = 1, ..., N, \; n = 1, ..., M, \\ u_i^0 = u_0(x_i), \quad i = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, \quad \forall \; n = 1, ..., M. \end{cases} \tag{6}$$

Ou encore

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \lambda(2u_i^n - u_{i+1}^n - u_{i-1}^n),$$

avec $\lambda = \frac{k}{h^2}$.

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k + h^2)$
2. Stabilité pour $\lambda \leq \frac{1}{2}$
3. La convergence

Le schéma implicite

- On approche la dérivée en temps $u_t(x_i, t_n)$ par le qoutient différentiel:

$$\frac{u(x_j, t_{n+1}) - u(x_j, t_n)}{k}$$

- et la dérivée en espace u_{xx} par le qoutient différentiel:

$$\frac{1}{h^2}(2u(x_{j+1}, t_{n+1}) - u(x_{j-1}, t_{n+1}) - u(x_j, t_{n+1}))$$

le schéma implicite

le schéma implicite

Le schéma

$$\begin{cases} \frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{k} - \frac{1}{h^2}\left(u_{j+1}^{n+1} + u_{j-1}^{n+1} - 2u_j^{n+1}\right) = 0, \; j = 1, ..., N, \;\; n = 1, ..., M, \\ u_j^0 = u_0(x_j), \quad j = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, \quad \forall \; n = 1, ..., M. \end{cases} \tag{7}$$

alors:

$$(1+2\lambda)u_j^{n+1} - \lambda u_{j-1}^{n+1} - \lambda u_{j+1}^{n+1} = u_j^n \tag{8}$$

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k+h^2)$
2. Stabilité inconditionnelle.
3. La convergence

C'est le cas $\alpha = 1$ dans (1).
On considère le problème unidimensionnel:

$$\begin{cases} u_t - u_x = 0, \quad \forall x \in]0,1[, \ \forall t \in]0, T[\\ u(x,0) = u_0(x), \ \forall x \in]0,1[\\ u(0,t) = u(1,t) = 0, \ \forall t \in]0, T[\end{cases} \tag{9}$$

Le schéma explicite

On approche les dérivées u_t et u_x par les qoutients différentiels:

$$\begin{aligned} u_t &\approx \frac{u(x_i, t_{n+1}) - u(x_i, t_n)}{k} \\ u_x &\approx \frac{u(x_{i+1}, t_n) - u(x_i, t_n)}{h} \end{aligned}$$

le schéma explicite

le schéma explicite

Le schéma

Donc, le schéma est de la forme:

$$\begin{cases} \frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{k} - \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{h} = 0, \ \ i = 1, ..., N, \ \ n = 1, ..., M, \\ u_i^0 = u_0(x_i), \quad i = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, \quad \forall \ n = 1, ..., M. \end{cases} \tag{10}$$

Ou encore

$$u_i^{n+1} = (1-r)u_i^n + r u_{i+1}^n$$

avec $r = \frac{k}{h}$.

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k+h)$
2. Stabilité pour $r \leq 1$
3. La convergence

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Le schéma

$$\begin{cases} \frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{k} - \frac{u_{j+1}^{n+1}-u_j^{n+1}}{h} = 0, \; j = 1, ..., N, \;\; n = 1, ..., M, \\ u_j^0 = u_0(x_j), \quad j = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, \quad \forall \; n = 1, ..., M. \end{cases} \tag{11}$$

Alors

$$(1-r)u_j^{n+1} + ru_{j+1}^{n+1} = u_j^n$$

Analyse mathématique du schéma

Analyse mathématique du schéma

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k+h)$
2. Stabilité inconditionnelle.
3. La convergence

Equations différentielles fractionnaire

Soit la forme générale de l'équation fractionnaire de réaction-diffusion nonlinéaire

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= D\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial t^\alpha} + \tilde{f}(u(x,t)), \\ u(x,0) &= u_0(x), \end{aligned} \tag{12}$$

où $\tilde{f}$:$\mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, et $1 < \alpha < 2$.

Remarque

L'éxistence et l'unicité peuvent etre justifié dans le cadre de la théorié du semi-groupes.

L'approximation numérique

Soit le problème:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} + S(x,t), & (x,t) \in \Omega \times (0, T\ ] \\ u(0,t) = 0,\ \ u(1,t) = 0 & t \in (0, T\ ] \\ u(x,0) = \ u_0(x), & x \in \Omega \end{cases} \tag{13}$$

La dérivation fractionnaire au sens de Riemann-Liouville d'ordre α est:

$$\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{d^2}{dx^2} \int_0^x \frac{u(\zeta)}{(x-\zeta)^{\alpha-1}} d\zeta \tag{14}$$

on définie la formule de Grünwald:

$$\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial x^\alpha} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{N} g_k u(x-(k-1)h, t), \tag{15}$$

avec

$$g_k = \frac{\Gamma(k-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(k+\alpha)} = (-1)^k \binom{\alpha}{k} = (-1)^k \frac{\alpha(\alpha-1)...(\alpha-k+1)}{k!}$$

Le schéma explicite

On définit $t_n = n\Delta t$ avec $0 \leq t_n \leq T$. Soit $h = \Delta x$ où $k = \Delta t = \frac{1}{N}$ et $x_i = i\Delta x$ pour $i = 0, 1, 2, ...N$.
On approxime $u(x_i, t_n)$ par u_i^n , et $S(x_i, t_n)$ par S_i^n.
Le schéma explicite pour l'équation (13) est donné par :

$$\frac{u(x_i, t_{n+1}) - u(x_i, t_n)}{k} = \frac{\partial^\alpha u(x_i, t_n)}{\partial x^\alpha} + S(x_i, t_n) + O(k) \qquad (16)$$

avec $1 < \alpha < 2$.
la formule de Grünwald (15) donne l'estimation de Grünwald:

$$\frac{\partial^\alpha u(x, t)}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{N} g_k u(x - (k-1)h, t) + O(h).$$

le schéma explicite

le schéma explicite

Le schéma

Donc, le schéma (16) devient:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{k} = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{i+1} g_k u_{i-k+1}^n + S_i^n, \qquad i = 1, 2, ...k - 1 \tag{17}$$

alors

$$u_i^{n+1} = \beta g_0 u_{i+1}^n + (1 + \beta g_1) u_i^n + \beta \sum_{k=2}^{i+1} g_k u_{i-k+1}^n + kS_i^n \tag{18}$$

avec $\beta = k / h^\alpha$, et

$$\begin{cases} u_i^0 = u_0(x_i), & i = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, & \forall\ n = 1, ..., M. \end{cases}$$

Remarque

L'équation (16) avec les conditions de Dirichlet forme un système linéaire d'équations. Ce système est

$$U^{n+1} = A\ U^n + k\ S^n$$

tels que:

$$\begin{aligned} U^n &= \left[u_0^n,\ u_1^n,\ u_2^n, \ldots,\ u_N^n\right]^T \\ S^n &= \left[0,\ S_1^n,\ S_2^n, \ldots,\ S_{N-1}^n,\ 0\right]^T. \end{aligned}$$

Et A est une matrice d'ordre $(N+1) \times (N+1)$, dont les coefficients $a_{i,j}$ sont:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{, si } j \geq i+2 \\ 1 + \beta\ g_1 & \text{, si } j = i \\ g_{i-j+1}\beta & \text{sinon} \end{cases}$$

Le schéma explicite

$$\begin{pmatrix} u_1^{n+1} \\ u_2^{n+1} \\ \vdots \\ u_{k-1}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\beta g_1 & \beta g_0 & 0 & 0 \\ \beta g_2 & 1+\beta g_1 & \ddots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \beta g_0 \\ & & \beta g_2 & 1+\beta g_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^{n} \\ u_2^{n} \\ \vdots \\ u_{k-1}^{n} \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} S_1^{n+1} \\ S_2^{n+1} \\ \vdots \\ S_{k-1}^{n+1} \end{pmatrix}$$

Le schéma explicite

Le schéma explicite

Le schéma explicite

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k+h)$
2. Stabilité pour $r \leq \frac{1}{\alpha}$
3. La convergence

La construction du schéma explicite

1. La consistance: en utilisant la formule de Grünwald.

La construction du schéma explicite

1. La consistance: en utilisant la formule de Grünwald.
2. La stabilité: en utilisant le théorème de Gerschgorin.

La construction du schéma explicite

1. La consistance: en utilisant la formule de Grünwald.
2. La stabilité: en utilisant le théorème de Gerschgorin.
3. La convergence: on utilise le théorème de convergence, consistance+stabilité $\Rightarrow$convergence.

Une idée sur la preuve

D'après la définition de l'erreur de consistance, on a

$$R_i^n = \frac{u(x_i, t_{n+1}) - u(x_i, t_n)}{k} - \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{N} g_k u(x_{i-k+1}, t_n) - S(x_i, t_n)$$

Selon une développement de Taylor et la formule de Grünwald, on trouve

$$u_t(x_i, t_n) + O(k) - \frac{\partial^\alpha u(x_i, t_n)}{\partial x^\alpha} + O(h) - S(x_i, t_n)$$

En utilisant (13), on obtient

$$\begin{aligned} S(x_i, t_n) - S(x_i, t_n) + O(k) + O(h) &= O(k) + O(h) \\ &= O(k+h). \end{aligned}$$

Une idée sur la preuve

On a $a_{i,i} = 1 + g_1\beta \ = 1 - \alpha\beta$ et

$$r_i = \sum_{k=0,k\neq 1}^{N} a_{i,k} = \sum_{k=0,k\neq 1}^{i+1} a_{i,k} = \beta \sum_{k=0,k\neq 1}^{i+1} g_i \ \leq \alpha\beta$$

$$|\lambda_i \ - a_{i,i}| \leq r_i \Longrightarrow a_{i,i} - r_i \leq \lambda_i \ \leq a_{i,i} + r_i$$

et pour que le schéma soit stable, il faut que le rayon spectral de A vérifie

$$\rho(A) \leq 1$$

On a d'une coté $a_{i,i} + r_i \leq 1,$ et de l'autre coté $a_{i,i} - r_i \geq 1 - 2\ \alpha\ \beta$.Alors, il suffit de prendre $1 - 2\ \alpha\ \beta \geq -1$.D'où la condition

$$\beta = \frac{k}{h^\alpha} \leq \frac{1}{\alpha}$$

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Le schéma

$$\begin{cases} \frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{k} = \frac{1}{h^\alpha}\sum_{k=0}^{i+1} g_k\, u_{i-k+1}^{n+1} + S_i^{n+1} \\ u_i^0 = u_0(x_i), \quad i = 1, ..., N, \\ u_0^n = u_{N+1}^n = 0, \quad \forall\ n = 1, ..., M. \end{cases} \tag{19}$$

Avec $t_n = n\Delta t, n = 1, ..., M$ où $0 \leq t_n \leq T$. Et $h = \Delta x$ et $k = \Delta t$ où $\Delta x = \frac{1}{N}$ et $x_i = i\Delta x$ pour $i = 0, 1, 2, ...N$.

Remarque

L'équation (19) avec les conditions de Dirichlet forme un système linéaire d'équations. Ce système est

$$U^{n+1} = A\ U^n + k\ S^n$$

tels que:

$$\begin{aligned} U^n &= [u_0^n,\ u_1^n,\ u_2^n, \dots,\ u_N^n]^T \\ S^n &= [0,\ S_1^n,\ S_2^n, \dots,\ S_{N-1}^n,\ 0]^T. \end{aligned}$$

Et A est une matrice d'ordre $(N+1) \times (N+1)$, dont les coefficients $a_{i,j}$ sont:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & ,\text{si } j \geq i+2 \\ 1 - \beta\ g_1 & ,\text{si } j = i \\ -\beta\ g_{i-j+1} & \text{sinon} \end{cases}$$

Le schéma implicite

$$\begin{pmatrix} u_1^{n+1} \\ u_2^{n+1} \\ \vdots \\ u_{k-1}^{n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\beta g_1 & -\beta g_0 & 0 & 0 \\ -\beta g_2 & 1-\beta g_1 & \ddots & 0 \\ & \ddots & \ddots & -\beta g_0 \\ & & -\beta g_2 & 1-\beta g_1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{n} \\ u_2^{n} \\ \vdots \\ u_{k-1}^{n} \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} S_1^{n+1} \\ S_2^{n+1} \\ \vdots \\ S_{k-1}^{n+1} \end{pmatrix}$$

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Le schéma implicite

Propriétés

1. Consistance d'ordre $O(k+h)$
2. Stabilité inconditionnelle.
3. La convergence

Conclusion

Nous avons considéré une équation differentielle fractionnaire d'ordre α, dépendant du temps. Pour la perfection et afin de comprendre les idées fondamentales de l'approximation, nous avons étudié la première fois quelques cas simples des schemas différences finis rapprochant le problème à l'étude quand $\alpha = 1$, cas hyperbolique, et $\alpha = 2$, cas parabolique. Nous nous sommes déplacés ensuite au cas quand $1 < \alpha < 2$. Nous avons présenté des schémas explicite simple (et quelques fois implicites) et nous avons fourni sa convergence. La convergence de ce schéma explicite est basée sur le théorème bien connu qui déclare que la consistance et la stabilité impliquent la convergence des schémas de différences finis.

Conclusion

Ce travail est un initiation à un travail qui vise à étudier les schémas disponibles (en différences finies et éléments finis) et puis à se déplacer au schéma volumes finis rapprochant des équations differentielles fractionnaires dépendant du temps, qui est nouveau et n'a pas été traité avant.
Finalement, on note que les résultats connus sont concernant l'approximation des problèmes fractionnaires sont valides pour le cas des aillages uniformes. Il est bien utile alors de regarder le cas non uniform e des maillages.

Bibliographie

- Baeumer, Boris; Kovacs, Mih aly; Meerschaert, Mark M.: Numerical solutions for fractional reaction-diffusion equations. Comput. Math. Appl., 55, No. 10, 2212-2226 (2008).
- Brezis, H.: Analyse Fonctionnelle: Theorie et Applications", Dunod, Paris, 1999.
- Choi, Chung; Lee: Numerical solution for space fractional dispersion equations with nonlinear source terms. Bull. Korean Math. Soc., 47, No. 4, 1256-1234 (2010).
- Godounov, S, et Riabenki: Schémas aux Différences. Traduction française Edition MIR. Moscou, 1977.
- Erdelyi, A., Magnus, M.M., Integral Transforms and Representations of Functions in Complex Domain, Nauka, Moskow, 1966.
- Eymard, R., Gallouet, T. and Herbin, R.: Finite Volume Methods. Handbook of Numerical Analysis. P. G. Ciarlet and J. L. Lions (eds.), VII, 723-1020, 2000.

Bibliographie

- Meerschaert, Tadjeran: Finite diference approximations for franctional advection dispersion flow equations. J. Compt. Appl. Math. , 172, No. 1, 65-77 (2004).
- Meerschaert, Tadjeran: Finite diference approximations for two sided space franctional partial diferential equations. Appl. Numer. Math., 56, No. 1, 80-90 (2006).
- Meerschaert, Scheftler, Tadjeran: Finite diference methods for two dimensional franctional dispersion equations. J. Comput. Phys., 211, No. 1, 249-261 (2006).
- Tadjeran, C, Meerschaert, M.M, Scheffter, H.P: A second order accurate numerical approximation for fractional diffusion equation. J. Comput. Phys, 213, N.1, 205-213, 2006.
- Herbin, Rahale: Analyse Némurique, Cours de Master 1 Polycopiés en ligne. http://www.cmi.univ-mrs.fr

Merci pour votre attention.