

# Rapport sur le dossier d'habilitation à diriger des recherches présenté par Monsieur Abdallah BRADJI.

Robert Eymard  
professeur de mathématiques  
université Paris-Est Marne-la-Vallée

4 janvier 2016

Le dossier d'habilitation présenté par A. Bradji rassemble d'une part des éléments de synthèse de sa carrière et d'autre part ses principales publications.

Il est aujourd'hui professeur de mathématiques à l'université d'Annaba, en ayant gravi les échelons académiques de l'enseignement supérieur en Algérie. Il a soutenu sa thèse en 2005 à l'université d'Aix-Marseille 1, sous la direction de T. Gallouët, et il a soutenu l'habilitation universitaire algérienne en 2009.

Ceci lui a permis une activité d'enseignement et d'encadrement de recherche au niveau master 2 (il a créé des cours dans sa spécialité d'analyse numérique, et il a rapporté sur plusieurs thèses). Il est auteur ou coauteur de 16 publications dans des journaux à comité de lecture (en incluant 2 Compte-Rendus à l'Académie des Sciences). Trois publications sont soumises. Son activité de publications dans des congrès est soutenue, et il a été invité à plusieurs conférences et séminaires.

Je vais maintenant détailler les apports scientifiques résultant de ses travaux de recherche, en suivant l'ordre des chapitres de son mémoire d'habilitation. Ces chapitres sont issus de différents articles publiés par l'auteur, seul ou en collaboration.

Dans le chapitre 3, A. Bradji présente l'analyse d'un schéma volumes finis du second ordre en une dimension d'espace, appliqué à l'équation de la chaleur transitoire. Ce schéma est basé sur l'introduction de plusieurs schémas volumes finis couplés approchant différentes dérivées de la fonction inconnue. Il explore ainsi des méthodes permettant d'augmenter l'ordre du schéma de volumes finis. Des résultats numériques viennent confirmer la pertinence de l'approche.

Le chapitre 4 s'intéresse à la discrétisation de l'équation des ondes par un schéma volumes finis. Il s'appuie, comme au chapitre 3, sur l'approximation de différentes dérivées de la solution. L'auteur établit l'ordre deux par des estimations théoriques, confirmées ensuite par des tests numériques effectués en comparaison de schémas standard.

Dans le chapitre 5, l'auteur effectue l'analyse théorique du schéma SUSHI pour l'approximation de l'équation de Schrödinger sur des maillages généraux. La convergence et une estimation d'erreur sont obtenues, selon la régularité du potentiel, réalisant là une extension intéressante de ce schéma. Là encore, des tests numériques viennent confirmer les résultats théoriques.

Le chapitre 6 porte sur l'application du schéma SUSHI à l'équation des ondes sur des maillages généraux en dimension quelconque. La convergence de la méthode est poursuivie par une étude

utile sur l'amortissement numérique des méthodes de discrétisation, selon le schéma en temps choisi.

Dans le chapitre 7, les résultats du chapitre 6 sont améliorés par l'emploi de techniques permettant l'élévation de l'ordre de convergence,

Le chapitre 8 porte sur des estimations d'erreur du schéma SUSHI pour des équations paraboliques linéaires, le chapitre 9 porte sur une nouvelle estimation d'erreur dans  $W^{1,\infty}(0, T, L^2(\Omega))$  dans le cadre des schémas d'éléments finis. Des résultats similaires sont ensuite étendus à l'équation des ondes dans le chapitre 10.

Le chapitre 11 porte sur la discrétisation d'un problème couplé entre l'équation de la chaleur et la circulation de courant, par des méthodes d'éléments et de volumes finis. La convergence de la méthode est prouvée.

Le chapitre 12 du mémoire est consacré à la reproduction d'un article de l'auteur en collaboration portant sur l'erreur numérique issue de l'utilisation du logiciel COMSOL dans différents contextes.

Ce mémoire rassemble donc des contributions significatives à l'analyse numérique. L'auteur a tenté de les synthétiser dans le chapitre 2, mais cette synthèse est trop proche d'un résumé comme celui donné en tête de la partie II. J'aurais préféré que l'auteur fasse, à l'occasion de l'écriture de ce mémoire, une mise en commun des notions utilisées plusieurs fois, comme par exemple la présentation du schéma SUSHI (celui-ci est expliqué avec les mêmes dessins et les mêmes équations dans plusieurs chapitres), de la même façon que l'auteur a procédé à la mise en commun de la bibliographie. Cela aurait peut-être permis de mieux accéder au contenu mathématique précis des notions nouvelles introduites par l'auteur.

Malgré cette critique, ma conclusion est qu'A. Bradji a clairement montré ses qualités scientifiques, tant par son parcours universitaire que ses travaux de recherche. La diversité de ces travaux et des conditions dans lesquelles ils ont été menés montrent le dynamisme et la continuité d'A. Bradji dans des collaborations avec des chercheurs issus de différents pays. Je recommande donc la soutenance de l'habilitation à diriger des recherches.