

Toulon, le 20 février 2016

## **Rapport sur l'Habilitation à Diriger les Recherches d'Abdallah BRADJI, "Contribution à l' Etude de Convergence de Schémas de Discrétisation d'Equations aux Dérivées Partielles".**

Le document d'habilitation présente un ensemble de travaux en analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Des preuves de convergence et d'estimations d'erreur sont présentées principalement pour l'équation des ondes, l'équation de la chaleur et l'équation de Schrödinger.

L'essentiel du manuscrit qui détaille les principaux travaux d'Abdallah BRADJI s'articule en 3 parties :

- la première traite de schémas d'ordre élevé construits depuis des schémas d'ordre 1
- la deuxième partie traite d'analyse de convergence en temps et en espace pour divers problèmes
- La troisième partie traite de simulations avec le logiciel COMSOL.

Au préalable, le manuscrit contient une synthèse d'activités de recherche et d'encadrement (attestant d'un dynamisme certain) et une introduction aux trois parties majeures de l'habilitation qui sont suivies d'une conclusion et de perspectives. L'ensemble constitue un document de 245 pages dont les 3 parties principales reprennent le contenu d'articles publiés dans des revues à comité de lecture ou des proceedings.

La construction de schémas d'ordre élevé depuis des schémas d'ordre 1 repose sur l'idée de résoudre la solution approchée à l'ordre 1 puis de la corriger à l'aide des dérivées de la solution qui sont elles-même calculées en résolvant à l'ordre 1 les

équations aux dérivées partielles vérifiées par ces dérivées. Ce travail concerne 5 articles et 2 proceedings. Les variantes des travaux dépendent des équations considérées, de la dimension d'espace étudiée, du type d'approximation étudié (volume fini, élément fini), du type de maillage.

L'étude théorique de l'ordre de convergence de telles méthodes oblige à bien maîtriser les techniques d'analyse et d'analyse numérique des EDP pour construire les estimations pertinentes. Des validations numériques simples viennent confirmer les résultats théoriques et montrent l'effectivité de la méthode. La diversité des équations étudiées démontre une bonne connaissance des EDP et des schémas adaptés pour chaque type d'EDP. La pertinence de telles méthodes me paraît cependant moins évidente pour des EDP à coefficients variables ou des EDP non-linéaires, celles-ci pouvant en effet devenir de plus en plus complexes au fur et à mesure des dérivations. L'étude d'EDP à coefficients non constants est justement envisagée en perspective.

La deuxième partie recouvre une collection de 7 articles et 2 proceedings, tous en lien avec la convergence de méthodes d'approximations, de type volume fini en général pour la discrétisation spatiale, parfois de type élément fini. Ces travaux concernent des EDP de différents types, comme par exemple des EDP elliptiques non-linéaires, parfois pour des conditions limites non standard, des EDP hyperboliques d'ordre 2, les équations de Schrödinger. L'analyse de convergence est produite en temps (avec une grande variété de schémas en temps) et en espace pour les EDP d'évolution. La diversité des problèmes traités révèlent ici, plus encore que dans la partie précédente, la maîtrise des outils de l'analyse numérique par méthode volume fini pour une grande classe de problèmes.

La troisième partie qui traite de simulations diverses avec COMSOL sont le fruit d'un travail commun avec E. Holzbecher et a été publiée dans un proceeding. Cette partie représente un travail bien moins conséquent que les travaux des deux autres parties mais souligne une compétence complémentaire: la simulation avec COMSOL. Ceci complète les validations présentées dans d'autres travaux avec Scilab, en traitant des simulations plus complexes (écoulements 2D, terme source singulier pour une équation de Poisson...) avec estimation d'erreur numérique.

En conclusion, l'ensemble de ces travaux rassemble de nombreux résultats témoignant d'une maîtrise certaine des outils de l'analyse numérique, ainsi qu'une capacité à produire des validations numériques. Le document de 245 pages n'a pas été construit dans le but d'en faire un document synthétique mais plutôt un document se suffisant à lui-même pour présenter l'ensemble des compétences d'Abdallah BRADJI selon trois axes identifiés en analyse numérique. En conséquence, le document présente

quelques redondances et certaines articulations sont rédigées dans un anglais approximatif. Pour autant, le document se lit aisément et permet de mesurer le volume conséquent de travail et le large éventail de compétences acquises en analyse numérique des EDP, pour diverses EDP. Les perspectives sont avancées en grand nombre (27!) et ciblées de façon précise. Ce sont pour la plupart des extensions de travaux antérieurs. Elles témoignent d'un dynamisme évident s'appuyant sur des résultats publiés abondants. Un choix s'imposera pour n'aborder que les perspectives les plus pertinentes dans les travaux futurs et constitueront, c'est certain, de bons sujets de recherche en analyse numérique pour Abdallah BRADJI, ses collaborateurs et ses doctorants.

A la lecture de ce travail, je suis très favorable à la soutenance orale en vue de l'obtention de l'habilitation à diriger les recherches de l'université Aix-Marseille, le document pouvant être reproduit en l'état.

Cédric Galusinski  
Professeur de l'UTLN,



**Pr. Cédric Galusinski**, Imath ; Université de Toulon - Avenue de l'Université - CS 60584  
83041 TOULON CEDEX 9 - FRANCE, [galusins@univ-tln.fr](mailto:galusins@univ-tln.fr), Tel: (+33).4.83.16.66.33