L'unité d'enseignement ENSMI6U3
« Algèbre et Géométrie »

Objectifs :

Contenus :

- Rappel sur les polynômes. Le théorème fondamental de l'algèbre (Gauss-d'Alembert). Complexification d'un espace vectoriel réel. Polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton. Caractérisation de la diagonalisabilité par le polynôme minimal. Sous-espaces caractéristiques, décomposition de Dunford, réduction de Jordan. Application de la réduction au calcul de l'exponentielle de matrices. Utilisation pour la résolution de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.
- Polynômes d'endomorphismes, lemme des noyaux. Polynôme minimal, théorème de Cayley-Hamilton. Caractérisation de la diagonalisabilité par le polynôme minimal. Sous-espaces caractéristiques, décomposition de Dunford, réduction de Jordan. Application de la réduction au calcul de l'exponentielle de matrices. Utilisation pour la résolution de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.
- Rappels sur les espaces euclidiens et hermitiens. Exemples de suites de polynômes orthogonaux. Adjoint d'un endomorphisme, endomorphismes auto-adjoints. Endomorphismes normaux et réduction des endomorphismes normaux. Automorphismes orthogonaux, unitaires, matrices orthogonales, unitaires. Groupe orthogonal. Symétries orthogonales, projections orthogonales. Diagonalisation des endomorphismes auto-adjoints, version matricielle. Réduction des automorphismes orthogonaux, unitaires. Factorisation d'un automorphisme orthogonal en produit de symétries hyperplanes.
- Formes bilinéaires, formes quadratiques. Matrices symétriques positives, définies positives. Caractérisations, racines carrées, factorisation de Cholesky. Les groupes de Lie classiques: GL(n,**R**), GL(n,**C**), SL(n,**R**), SL(n,**C**), O(n), SO(n) U(n) SU(n).