

Intégrales et dérivées

QUESTION 1

La dérivée de $(t + 1)e^{-t}$ est

$$\int_{-1}^t x e^{-x} dx = \dots$$

La dérivée de $t \ln t - t$ est

$$\int_1^2 \ln x dx = \dots$$

QUESTION 2

$$\int_1^t \frac{1}{x^2} dx = \dots$$

La dérivée de $\frac{t}{1+t^2}$ est

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx = \dots$$

QUESTION 3

La dérivée de $\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ est

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) dt = \dots$$

La dérivée de $\ln(\cos t)$ est pour $t \in$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx = \dots$$

Calcul de limites

QUESTION 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^x = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = \dots\dots\dots .$$

QUESTION 2

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \frac{1}{x}}{x + 1} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x + 1}{x^2 - 1} = \dots\dots\dots .$$

QUESTION 3

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = \dots\dots\dots .$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln(x + e^x) = \dots\dots\dots .$$

Pratique de l'intégration par parties

Étant donnés et deux nombres réels quelconques, on se propose de calculer les deux intégrales suivantes:

$$A = \int_a^b x e^{2x} dx \quad \text{et} \quad B = \int_a^b x^2 e^{2x} dx.$$

QUESTION 1

En intégrant par parties avec $u' = e^{2x}$ et $v = x$ on obtient

$$A = \left[\dots \right]_a^b - \int_a^b \dots .$$

La valeur de A est donc

En intégrant par parties avec $u' = x$ et $v = e^{2x}$ on obtient

$$A = \left[\dots \right]_a^b - \int_a^b \dots .$$

La valeur de B est donc

QUESTION 2

En utilisant les résultats de la question précédente,

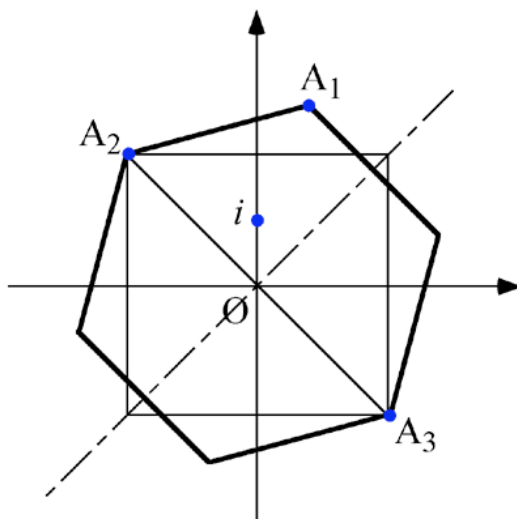
$$\int_0^{\frac{1}{2}} x e^{2x} dx = \dots ,$$

$$\int_0^1 x^2 e^{2x} dx = \dots ,$$

$$\int_0^x (t^2 + t) e^{2t} dt = \dots .$$

Nombres complexes : forme exponentielle et algébrique

Sur la figure ci-dessous sont tracés un carré de côté 4 centré au point O , ainsi qu'un hexagone régulier ayant deux sommets communs avec le carré. On note z_1, z_2, z_3 les affixes respectives des points A_1, A_2, A_3 .



Question 1 – Écrire les nombres complexes z proposés sous forme exponentielle, c'est à dire sous la forme

$$z = |z|e^{i\theta}.$$

Question 2 – Écrire les nombres complexes z proposés sous forme exponentielle ($z = |z|e^{i\theta}$) puis sous forme algébrique ($z = x + iy$).

————— QUESTION 1 —————

On a $z_2 = \dots\dots\dots$ et $z_3 = \dots\dots\dots$.

L'argument de $\frac{z_1}{z_2}$ est la mesure de l'angle entre les vecteurs $\dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots$.

D'où $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \dots\dots\dots$, $\frac{z_1}{z_2} = \dots\dots\dots$ et $z_1 = \dots\dots\dots$.

————— QUESTION 2 —————

$$\frac{z_2 z_3}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots, \quad \frac{z_1}{z_2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots,$$

$$\frac{1+i}{z_1} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots, \quad (z_1 + z_3)^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$