

Analyse I

INTERROGATION 6, SUJET A

1. Donner la définition d'une suite extraite.
2. Soit $\phi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ une application strictement croissante. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\phi(n) \geq n$.
3. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) définies, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par

$$u_n = 2\sqrt{n+1} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \quad \text{et} \quad v_n = 2\sqrt{n} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$$

sont adjacentes.

Analyse I

INTERROGATION 6, SUJET B

1. Donner la définition d'une valeur d'adhérence.
2. Soit (v_n) une suite extraite de (u_n) et soit a une valeur d'adhérence de (v_n) . Montrer que a est valeur d'adhérence de (u_n) .
3. Soit (a_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{\ln(1+k)}.$$

Montrer que les suites extraites (a_{2n}) et (a_{2n+1}) sont adjacentes et en déduire que (a_n) converge.