

Géométrie & Polynômes

INTERROGATION 8

1. i. Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , montrer que

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2).$$

- ii. Soient A, B et C les points d'un triangle tels que $AB = 7$, $AC = 8$ et $BC = 8$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2. i. Montrer que pour quatre points quelconques du plan A, B, C et D , on a

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}.$$

- ii. Montrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point.

3. Calculer l'aire du triangle dans \mathbb{R}^3 dont les sommets sont $A = (1, 3, 2)$, $B = (2, -1, 1)$ et $C = (-1, 2, 3)$.

4. Soit \vec{A} , \vec{B} et \vec{C} trois vecteurs de \mathbb{R}^3 , montrer que

$$(\vec{A} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{A}.$$