

CUPGE
Introduction à l'analyse

INTERRO 5, SUJET A

1. On considère l'application $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d, g\}$ définie par

$$f(1) = b \quad f(2) = c \quad f(3) = b \quad f(4) = d \quad f(5) = g$$

- (a) En justifiant votre réponse, dites si f est injective, surjective et/ou bijective.
 (b) Modifier les espaces de départ et d'arrivée de f pour définir une application \tilde{f} définie par $\tilde{f} = f(x)$ telle que \tilde{f} soit bijective et vérifie $\text{Im}(\tilde{f}) = \text{Im}(f)$.
 (c) Expliciter \tilde{f}^{-1} .

2. Donner le domaine de dérivabilité de $g : \left(x \mapsto \cos\left(e^{2x^2}\right) + \sin\left(\text{argsh}(1 + \ln(x))\right)\right)$ et dériver g .

3. Donner les domaines de définition et les primitives de

$$\text{a) } a : \left(x \mapsto \frac{1}{(1+x)^2}\right) \quad \text{b) } b : \left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right).$$

CUPGE
Introduction à l'analyse

INTERRO 5, SUJET B

1. On considère l'application $f : \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\} \rightarrow \{a, b, c, d, g\}$ définie par

$$f(\alpha) = c \quad f(\beta) = a \quad f(\gamma) = a \quad f(\delta) = a \quad f(\varepsilon) = g$$

- (a) En justifiant votre réponse, dites si f est injective, surjective et/ou bijective.
 (b) Modifier les espaces de départ et d'arrivée de f pour définir une application \tilde{f} définie par $\tilde{f} = f(x)$ telle que \tilde{f} soit bijective et vérifie $\text{Im}(\tilde{f}) = \text{Im}(f)$.
 (c) Expliciter \tilde{f}^{-1} .

2. Donner le domaine de dérivabilité de $g : \left(x \mapsto \ln\left(\frac{x}{1+x^2}\right) + \text{argsh}\left(\cos(1+e^x)\right)\right)$ et dériver g .

3. Donner les domaines de définition et les primitives de

$$\text{a) } a : \left(x \mapsto \frac{1}{1+2x}\right) \quad \text{b) } b : \left(x \mapsto \frac{1}{1+x^2}\right).$$