

Licence Maths-Info
Analyse I

INTERRO 4, SUJET A

Question 1

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Donner, entièrement avec des quantificateurs, la définition de $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

Question 2

Enoncer de manière détaillée la caractérisation séquentielle de la continuité d'une fonction en un point.

Question 3

La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) := \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{\frac{1}{x} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - 1} & \text{si } x \in]0, 1[\\ \sqrt{2} & \text{si } x = 1 \\ e^{\frac{\ln(1+x)}{1+x}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

est-elle continue ? Minorée ? Croissante ?

Parcours CUPGE
Introduction à l'analyse

INTERRO 4, SUJET B

Question 1

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Donner, entièrement avec des quantificateurs, la définition de la continuité de f sur $[0, 1]$.

Question 2

Enoncer de manière détaillée le théorème des valeurs intermédiaires.

Question 3

La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) := \begin{cases} x^2 - 2x - 2 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^3 - 2x - 1}{x + 1} & \text{si } x \in]-1, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{1 + e^{x-2}}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

est-elle continue ? Minorée ? Croissante ?