Université Aix-Marseille 2014–2015

Licence Maths-Info
Analyse I

INTERRO 5, SUJET A

Question 1
Soit $f, g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, donner la définition de « f et g sont équivalentes en 0 ».

Question 2
Soit $h : [0, 1[$ une fonction continue sur son intervalle de définition. Que peut-on dire de son image ?

Question 3
Montrer que, pour tous $x, y \in \mathbb{R}$, $\frac{|x+y|}{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1+y^2}} \leq 1$.

Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 13$ et $u_{n+1} = \frac{\sqrt{1+u_n^2}}{2}$ converge vers une valeur réelle à déterminer.

Université Aix-Marseille 2014–2015

Parcours CUPGE
Introduction à l'analyse

INTERRO 5, SUJET B

Question 1
Soit $f, g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, donner la définition de « f négligeable devant g en 0 ».

Question 2
Soit $h : [0, 1]$ une fonction continue sur son intervalle de définition. Que peut-on dire de son image ?

Question 3
Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{|x|}{2+x^2} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$ et en déduire que, pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, $\frac{|x+y|}{(2+x^2)(2+y^2)} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 21$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2+u_n^2}$ est convergente.