Exercice 1 Définir

1. un anneau,
2. un corps,
3. le groupe orthogonal de $\mathbb{R}^n$.

Exercice 2 Énoncer les théorèmes de

1. Cayley Hamilton.
2. d'Alembert.
3. la formule de Burnside.

Exercice 3 Montrer qu'un groupe dans lequel tout élément est d'ordre deux est abélien.

Exercice 4 Répondre par vrai ou faux en justifiant :

- Un polynôme à coefficients entiers ne possède que des racines rationnelles.
- Un polynôme de degré d possède au plus d racines.
- Un polynôme réel possède toujours une racine réelle.

Exercice 5 On considère le groupe des permutations de l'ensemble $\{1 \dots 3\}$.

- Décrire les éléments en donnant leurs ordres.
- Donner un sous groupe distingué.

Exercice 6 Répondre par vrai ou faux en justifiant :

- Dans un groupe fini tout élément a un ordre fini.
- Un groupe dans lequel tout élément a un ordre fini est fini.
- Il existe des corps ayant un nombre fini d'éléments.

Exercice 7 A quel ensemble est isomorphe $\mathbb{R}[X]/(X^2 + 1)$?

Exercice 8 Factorisez le polynôme $X^4 - 1$ sur $\mathbb{R}$.