

Mathématiques 1

Portail Marie Curie - Physique Chimie SPI

TRAINING SUR LES VECTEURS

Dans tout ce qui suit, les coordonnées des différents points et vecteurs sont exprimées dans un repère orthonormal de l'espace.

Exercice 1. On considère le point $A(1; -1)$ et les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$.
2. Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
3. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils orthogonaux ?
4. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ?
5. Déterminer les coordonnées $(x; y)$ d'un point M vérifiant $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$. Ce point M est-il unique ?
6. Déterminer les coordonnées $(a; b)$ d'un point N vérifiant $\overrightarrow{AN} \cdot \vec{v} = 0$. Ce point N est-il unique ?

Exercice 2. On considère les points $A(2; 3; -2)$ et $B(5; -1; 0)$.

1. Déterminer les coordonnées des points C et D tels que $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
3. Déterminer les coordonnées $(x; y; z)$ d'un point M vérifiant $\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Exercice 3. On considère les points $A(1; -1; 0)$, $B(1; -1; 4)$, $C(1; -1; -3)$ et $D(2; 0; 0)$.

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ?
2. Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} sont-ils orthogonaux ?

Exercice 4. Déterminer deux réels $a, b \in \mathbb{R}$ de sorte que $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Exercice 5. On considère les points $A(1; 0; 1)$, $B(-2; 2; -1)$, $C(-5; 0; -1)$ et $D(-2; -2; 1)$.

Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Est-ce un losange, un rectangle ou un carré ?

Exercice 6. On considère la droite \mathcal{D} passant par le point $A(2; 1; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Pour chacun des points suivants, préciser s'il appartient à \mathcal{D} : $B(3; 0; 0)$, $C(5; -2; 1)$ et $D(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2})$.

Exercice 7. On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} sont-ils coplanaires ?
2. \vec{u}, \vec{v} et \vec{v} sont-ils deux à deux orthogonaux ?
3. Calculer $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{w}\|$.

Exercice 8. On considère les points $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 1)$, $C(0; 3; 2)$ ainsi que le vecteur $\vec{k} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \vec{k} sont-ils coplanaires ?
3. Déterminer les coordonnées d'un point M appartenant à la droite (AB) mais pas au segment $[AB]$.