**Faculté des Sciences et Techniques**
**Portail Marie Curie : Physique Chimie SPI**

Faculté des Sciences
Aix*Marseille Université

8 octobre 2018, 08h30 - 10h00

Nom : .....
Prénom : .....
Groupe : .....

# INTERROGATION ECRITE: Mathématiques 1

Polycopié du cours et du TD ainsi que la calculatrice collège tolérés; les réponses non justifiés ne seront pas prises en compte

**Exercice 1.** Soient $x, y \in \mathbb{R}$, $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ une base orthonormée du plan, et les vecteurs

$$\overrightarrow{a} = (x+y)\overrightarrow{i} + (2x+1)\overrightarrow{j}, \quad \overrightarrow{b} = (x+y+3)\overrightarrow{i} + (3x+y)\overrightarrow{j}.$$

Pour quelle(s) valeur(s) de $x, y \in \mathbb{R}$ a-t-on l'égalité $5 \times \overrightarrow{a} = 2 \times \overrightarrow{b}$ ? (2 points) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice 2**: Trouver le vecteur $\overrightarrow{v}$ de coordonnées $(x; y; z) \in \mathbb{R}^3$ en sachant que la somme de ses coordonnées est égale à 1, et que $\overrightarrow{v}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{u}$ de coordonnées $(2; -2; 2)$. (1 point) . .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ne rien écrire dans ce cadre

| Votre copie a reçu la note (sur 20): |
|---|

**Exercice 3.** On considère $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ une base orthonormée du plan, et les vecteurs

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}, \quad \overrightarrow{v} = 4\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}.$$

a) Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont-ils colinéaires? (1 point) .....

.....

.....

.....

b) Calculez les normes $\|\overrightarrow{u}\|$ et $\|\overrightarrow{v}\|$ et le produit scalaire $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$. (1 point) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont-ils perpendiculaires? Forment-ils une base orthonormée du plan? (1 point)

.....

.....

.....

d) Soit $x$, $y$, deux nombres réels et le vecteur $\overrightarrow{w} = x \times \overrightarrow{i} + y \times \overrightarrow{j}$. Calculez (en fonction de $x$ et $y$) la norme $\|\overrightarrow{w}\|$ et le produit scalaire $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w}$. (1 point) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e) Trouver $x$, $y$ de sorte que $\|\overrightarrow{w}\| = \|\overrightarrow{u}\|$ et que $\overrightarrow{w}$ forme un angle de $\frac{\pi}{3}$ avec $\overrightarrow{u}$. (2 points) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice 4.** On considère $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ une base orthonormée directe de l'espace à trois dimensions, et les vecteurs

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{k} - \overrightarrow{j}, \quad \overrightarrow{v} = -2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{w} = -\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ forment une base. (1 point) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Calculez les produits scalaires $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w}$. La base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w})$ est-elle orthogonale? (1 point)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Trouvez un vecteur $\overrightarrow{z}$ qui soit orthogonal en même temps à $\overrightarrow{u}$ et à $\overrightarrow{w}$. Est-ce $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{z})$ est une base orthonormée? (2 points) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) Soit $x$, $y$, deux nombres réels et le vecteur $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{i} + x\,\overrightarrow{j} + y\,\overrightarrow{k}$. Calculez (en fonction de $x$ et $y$) le produit vectoriel $\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{p}$. (1 point) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e) Pour quelle(s) valeur(s) de $x$ et $y$, les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{p}$ sont-ils colinéaires? (2 points) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice 5 : Domaine maximal de définition** On rappelle que

$$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} : \ f(x) \ \text{ peut se calculer}\}$$

est le domaine maximal de définition d'une règle de calcul (une formule) $f(x)$.

a) Déterminer $\mathcal{D}_f$, où $f(x) = \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$. (1 point) .....

b) Déterminer $\mathcal{D}_g$, où $g(x) = \sqrt{4x+1} - \sqrt{3-2x}$. (1 point) .....

c) Déterminer $\mathcal{D}_h$, où $h(x) = \frac{1}{|x+4|+x-4}$. (1 point) .....

d) Déterminer si la fonction $f : \mathcal{D}_f \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$ est paire, impaire, ou ni l'une ni l'autre. (1 point) .....