

Site : Luminy St-Charles St-Jérôme Cht-Gombert Aix-Montperrin Aubagne-SATIS

Sujet de : 1^{er} semestre 2^{ème} semestre Session 2 Durée de l'épreuve : 2h

Examen de : L1 Nom du diplôme : Portail Marie Curie

Code du module : SPO1U12TJ Libellé du module : Mathématiques 1

Calculatrices autorisées : NON Documents autorisés : NON

Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.

Exercice 1

Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ des vecteurs dans l'espace.

a) Montrer que les vecteurs $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ forment une base des vecteurs dans l'espace.

b) Cette base est-elle orthogonale ? Est-elle normée ?

c) Calculer le produit vectoriel $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

d) Calculer l'angle entre les vecteurs \vec{a} et \vec{b} .

Exercice 2

$$\text{Calculer } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

Exercice 3

Calculer la dérivée de la fonction

$$f(x) = \ln(\arctan(x)) + \frac{e^{1+x^2}}{1-x}$$

Exercice 4

a) Donner le DL d'ordre 4 en 0 de la fonction $g(x) = \ln(\cos(x))$

b) Donner le DL d'ordre 2 en 1 de la fonction $h(x) = \frac{e^x}{x-2}$

Exercice 5

$$\text{Calculer } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan(x)}{\cos(x)} dx \quad \text{et} \quad \int_0^1 x^2 e^{-x} dx$$

Exercice 6

Trouver la solution de l'équation différentielle

$$y'(x) - 2y(x) = xe^x$$

qui satisfait la condition initiale $y(0) = 0$.