

**Licence – Mathématiques  
Algèbre 2**

COURS À DISTANCE – DM2

**Exercice 1.**

Calculez le quotient et le reste des divisions euclidiennes :

1. de  $2X^7 - 3X^5 + X^2 - 7X + 2$  par  $X^3 - 2X + 1$  ;
2. de  $3X^5 - 1$  par  $2X^3 - 2X^2 + X - 1$  ;
3. de  $X^4 - i$  par  $X^2 + 2iX - 1$ .

**Exercice 2.**Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on pose  $P_n := (X + 2)^{n+1} - X(X + 1)^n$ .

1. Calculer  $P_0, P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ .
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , déterminer :
  - (a) le degré et le coefficient dominant de  $P_n$  ;
  - (b) le coefficient constant.
3. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . La famille  $(P_0, P_1, \dots, P_n)$  forme-t-elle une base du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{R}[X]_n$  ?
4. Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $P_{n+1} - P_n$  est divisible par  $X + 1$ .