

## Partiel 1

### 04.11.2019

**Exercice 1.** Dessiner un triangle  $ABC$  à sommets  $A, B, C$  non-alignés.

- a) Dessiner les vecteurs  $\frac{1}{2}(\vec{CA} + \vec{CB})$  et  $\vec{AC} - \vec{AB}$ .
- b) Soient  $E$  et  $F$  les milieux des segments  $\overline{BC}$  et  $\overline{CA}$ , respectivement. Donner les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  par rapport à la base  $\vec{AE}, \vec{EF}$ .

**Exercice 2.** Soit  $ABCD$  le parallélogramme dans l'espace dont les points  $A, B, D$  ont les coordonnées  $(1, 2, 1)$ ,  $(2, 5, 5)$  et  $(3, 5, 3)$  par rapport à un repère orthonormé.

- a) Déterminer les coordonnées de  $C$ .
- b) Donner un vecteur non nul perpendiculaire au plan contenant le parallélogramme.
- c) Déterminer l'aire du parallélogramme  $ABCD$ .

**Exercice 3.** Pour quelles valeurs de  $t \in \mathbb{R}$  les vecteurs

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ t \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ forment-ils une base de } \mathbb{R}^3.$$

**Exercice 4.** Trouver toutes les solutions  $x \in \mathbb{R}$  de l'équation

$$\cos(2x) = \sin(x).$$

**Exercice 5.** Expliciter le domaine maximal de définition et calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(x^2 + 3x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2 + \sin(\sqrt{1+x^2})}.$$

**Exercice 6.**

$$\text{Calculer } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+2x)^2}{5x^3 + x + 1} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{\ln x}.$$