TD 6 : Tests statistiques

1. On veut savoir si la résistance moyenne de composants produits dans une usine est 400Ω. On considère que la distribution des résistances est normale, et on mesure pour 16 composants les valeurs 392, 396, 386, 389, 388, 387, 403, 397, 401, 391, 400, 402, 394, 406, 406, 400.
   (a) Donner les estimations ponctuelles des moyenne et variance.
   (b) Peut-on considérer, au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que le lot respecte la norme de 400Ω ? Même question avec un seuil de $\alpha = 1\%$.
2. Un fabricant se vante de proposer des tubes à essai d'une durée de vie supérieure à 2000h de chauffage. A l'aide d'un échantillon de 100 tubes testés, on estime la durée de vie moyenne à 1975h, avec un écart-type de 130h. Peut-on affirmer, au risque 5%, que le fabriquant ment ?
3. Un fabricant annonce que la masse d'un composant de l'un de ses produits est de 75 mg. Les mesures pour le vérifier étant coûteuses, trois seulement sont réalisées, dont les résultats sont 70, 72 et 74 mg. Peut-on, au risque de 5% de se tromper, dénoncer la publicité du fabriquant ?
4. Un laboratoire pharmaceutique désire étudier les effets secondaires potentiels d'un médicament sur le taux de cholestérol des patients. Cent volontaires sains sont donc choisis pour tester le médicament.
   (a) Avant l'expérience, le taux de cholestérol moyen de ces volontaires est de 2.02 ± 0.2g/l.
   Le taux de cholestérol moyen dans la population étant de 2 g/l, vérifier que cet échantillon est représentatif au risque 5%.
   (b) Après un mois de traitement, seuls 97 volontaires reviennent faire un test. Leur taux moyen de cholestérol est passé à 2.09 g/l avec un écart-type d'échantillon de 0.25g/l.
   La différence est-elle significative au risque 5% ? Au risque 1% ?
5. Pour étudier un nouvel alliage métallique, on a soumis un échantillon aléatoire de 16 tiges aux essais pour obtenir les résistances suivantes en kg/cm^2 : 1895, 1920, 1886, 1890, 1864, 1880, 1875, 1915, 1850, 1927, 1910, 1912, 1886, 1903, 1854, 1880. On suppose la résistance distribuée normalement.
   (a) Estimer par intervalle avec un niveau de confiance de 95%, la résistance moyenne à la rupture
   (b) Avant l'introduction de ce nouvel alliage la résistance moyenne à la rupture des tiges était de 1840kg/cm^2. Que peut-on conclure des essais effectués avec le nouvel alliage ?
6. On relève chaque jour pendant 200 jours le nombre d'atterrissages entre 14h et 15h dans un aéroport :

Nb d'atterrissages	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nb de jours	11	28	43	47	32	28	7	0	2	1	1

   (a) Soit X la variable « nombre d'atterrissages par jour entre 14h et 15h ». Donner les estimations ponctuelles de $E(X)$ et $\text{Var}(X)$ et estimer $E(X)$ par un intervalle de confiance 95%. Ces résultats sont-ils compatibles avec une loi de poisson ? Quel serait son paramètre ?
   (b) Tester la validité de ce modèle (test du χ^2 au risque 5%).
   (c) Calculez la probabilité d'avoir dans cet aéroport, toujours entre 14h et 15h : 0 atterrissage un jour donné, 1 ou 2 atterrissages un jour donné, 2 atterrissages en tout sur 3 jours quelconques.
7. Un contrôle de qualité sur des échantillons issus d'une production conduit aux résultats suivants :

Nb de défauts	0	1	2	3	4	5	6
Nb de pièces	15	30	48	46	34	22	5

   (a) Donner une estimation non biaisée de l'espérance et la variance du nombre de défauts X.
   (b) Donner une estimation par un intervalle à 95% de confiance de l'espérance de X si l'on suppose que la variance de X est égale à l'estimation ponctuelle de l'espérance.
   (c) Choisir une loi discrète pour représenter la variable X et faire un test du χ^2 à 95% de confiance.