Université de Genève
Section de Mathématiques
A. Alekseev

Algèbre I
Exercices 2.

1. Résoudre le systèmes linéaires:

$$\begin{array}{ccccccccc} x & + & & & z & + & t & = & 2, \\ x & + & y & + & & & t & = & 3, \\ & & & & z & + & t & = & 5. \end{array}$$

2. Pour quelles valeurs des paramètres $s, t \in \mathbb{R}$ le système linéaire en les inconnues x, y, z

$$\begin{array}{ccccccc} sx & + & 2y & + & z & = & 1, \\ & & (t-1)y & + & sz & = & s, \\ sx & + & 2ty & + & tz & = & 1 \end{array}$$

possède-t-il une unique solution, zéro solution, une famille à un paramètre libre de solutions, une famille à deux paramètres libres de solutions?

3. Calculer

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad , \quad (1 \ \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

4. Résoudre le système linéaire

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5. Montrer par récurrence sur n l'identité

$$\sum_{j=1}^{n} j^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} .$$