**Section de Mathématiques**
A. Alekseev

**Algèbre I**
**Test, 6 novembre 2008**

**1.** Trouver l'inverse de la matrice triangulaire suivante

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

**2.** Montrer que la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

définit un changement de base dans $\mathbb{R}^2$. Soit $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ la base obtenue par l'application de $A$ à la base canonique. Exprimer le vecteur

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

dans la nouvelle base.

**3.** Pour quelles valeurs des paramètres libres $a$ et $b$ le système linéaire en les inconnus $x, y, z$ et $t$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 2y & + & az & - & t & = & -b^2 \\ 3x & + & 2y & + & 3az & + & t & = & 2-b^2 \\ & & y & + & & & bt & = & b \end{array} \right.$$

possède-t-il aucune solution, une unique solution, une famille à un paramètre libre de solutions, une famille à deux paramètres libres de solutions?