

SÉRIE 9 DISTRIBUÉE LE 23 AVRIL 2009

(1) Montrer que pour tout entier $d \geq 3$, la valeur de la fonction d'Euler $\varphi(d)$ est paire.

(2) L'anneau $\mathbb{Z}/180\mathbb{Z}$ est-il isomorphe à

(1) $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$,

(2) $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$,

(3) $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$?

Indication : Appliquer le Théorème Chinois où possible, sinon calculer le nombre d'éléments inversibles.

(3)

(1) Quelle est la dernière chiffre de 7^{1000} en écriture décimale ?

(2) Montrer que $53^{48} - 1$ est divisible par 72.

(4) Trouver les entiers $x \in \mathbb{Z}$ tels que $x \equiv 9 \pmod{17}$ et $x \equiv 17 \pmod{60}$.

(5) Quel est le reste de la division de 3^{24000} par 35?