Université Paul Sabatier – L1 – Analyse

Feuille de TD 2008-8 : Equations différentielles linéaires du 1er ordre

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes :

a) $(2+x)y' = 2-y$

b) $xy' + y = \cos x$

c) $(1+x)y' + y = (1+x)\sin x$

d) $x^3y' - x^2y = 1$

e) $3xy' - 4y = x$

f) $y' + y = \sin x + 3\sin 2x$

g) $2x(1-x)y' + (1-2x)y = 1$

h) $x(x^2-1)y' + 2y = x\ln x - x^2$

Exercice 2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ entier les équations suivantes :

a) $xy' - y = 0$

b) $xy' + y = 0$

c) $xy' - 2y = 0$

d) $x(x+1)y' + y = \arctan x$

Exercice 3. Déterminer les fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$ telles que le segment de chaque tangente compris entre le point de tangence et l'axe des abscisses est divisé en deux parties égales par le point d'intersection avec l'axe des ordonnées.

Exercice 4. Soit $a, b \colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ continues telles que

$$\forall x \in \mathbb{R}, a(x) \geq 1$$

et

$$\lim_{x\to+\infty} b(x) = 0.$$

i) Montrer que toute solution de lèéquation $y' + ay = b$ tend vers 0 en $+\infty$.

ii) On suppose de plus que

$$\lim_{x\to-\infty} b(x) = 0.$$

Montrer qu'il existe une unique solution à l'équation tendant vers 0 en $-\infty$.