Université de Genève — Automne 2009
Section de Mathématiques

Géométrie II

Liste des points importants du cours

Notions et définitions :
- espaces métriques, topologiques ;
- bases ; base d'un espace topologique ;
- suites convergentes ; adhérence ; frontière ;
- espaces séparés, compacts, connexes ; composantes connexes ;
- applications continues, ouvertes, fermées, quotients ;
- relation d'équivalence ; relation d'équivalence engendrée ; espaces saturés ;
- topologie produit, quotient ;
- surface ;
- mots admissibles, surfaces associées ; mots standards ;
- modifications élémentaires sur mots admissibles, mots admissibles équivalents ;
- orientabilité, caractéristique d'Euler ;
- somme connexe.

Théorèmes (et leurs preuves sauf si étoilé) :
- Un sous-ensemble compact d'un espace séparé est fermé.
- Un sous-ensemble fermé d'un espace compact est compact.
- Un produit de deux espaces compacts est compact.
- L'image par une application continue d'un espace précompact est précompact.
- Toute application continue réelle définie sur un compact est bornée et atteint ses bornes.
- L'intervalle $[0,1]$ muni de la topologie usuelle est compact.
- Toute partie de $\mathbb{R}^n$, pour $n \in \mathbb{N}^*$ est compacte si et seulement si elle est bornée et fermée.
- Toute suite d'un espace compact admet une sous-suite convergente.
- L'image par une application continue d'un espace connexe est connexe.
- Toute application surjective qui soit ouverte et/ou fermée est une application quotient.
- Toute application quotient restreinte à un ouvert ou à un fermé reste une application quotient.
- L'espace associé à un mot admissible ne dépend pas du choix du polygône considéré.(*)
- L'espace associé à un mot admissible est une surface.(*)
- Théorème de classification des surfaces :
  1. Toute surface peut être décrite par un mot admissible.(*)
  2. $S_{w_1} \cong S_{w_2} \Leftrightarrow w_1 \sim w_2$.(* pour $\Rightarrow$)
  3. Tout mot admissible est équivalent à un mot standard.
- Deux mots équivalents ont même orientabilité et même caractéristique d'Euler.
- Deux mots standards distincts ne sont pas équivalents.

Toutes les preuves peuvent être trouvées dans les chapitres 2 et 3 de *Topology*, J.R.Munkres, édition Pearson.

Exercices :
Tous ceux vu en série.