Université de Genève
Section de Mathématiques

Printemps 2010

Géométrie II

Série 2

Ex.1 *

Montrer que tout homomorphisme $h\colon \mathrm{Isom}(E^1) \longrightarrow \mathbb{R}$ est trivial, *i.e.* pour tout $f \in \mathrm{Isom}(E^1)$, $h(f) = 0$.

Ex.2 *

a) Montrer que, dans $\mathbb{R}^2$, la composition de la réflexion par rapport à l'axe des abscisse avec une rotation d'angle $\theta \in [0, 2\pi)$ autour de l'origine est encore une réflexion dont on précisera l'axe.

b) Pour tout $\theta \in [0, 2\pi)$, déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}.$$

Ex.3 *

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

Pour toute matrice carrée $A \in \mathrm{Mat}_n$, on définit l'application

$$\tau_A\colon \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^n & \longrightarrow & \mathbb{R}^n \\ v & \longmapsto & A \cdot v \end{array}.$$

Montrer que, pour tout $A, B \in \mathrm{Mat}_n$, on a $\tau_{A\cdot B} = \tau_A \circ \tau_B$.

Ex.4 *

Pour tout point $P \in \mathbb{R}^2$, on note σ_P la symétrie centrale par rapport à ce point P. Montrer que, pour tout $P, Q, R \in \mathbb{R}^2$:

a) $\sigma_P \circ \sigma_Q$ est une translation ;

b) il existe $M \in \mathbb{R}^2$ tel que $\sigma_P \circ \sigma_Q \circ \sigma_R = \sigma_M$;

c) σ_P commute avec toute réflexion par rapport à une droite passant par P.