Université de Genève
Section de Mathématiques

Automne 2009

Géométrie II

Série 3

Ex.1

Montrer que pour tous réels $1 \leq p_1 < p_2 \leq \infty$, les métriques d_{p_1} et d_{p_2} induisent des topologies non homéomorphes sur $C[0,1]$.

Ex.2 *

Soit M un espace topologique. Montrer que la relation définie sur M par

$$x \sim y \Leftrightarrow \exists U \subset M \text{ connexe t.q. } x, y \in U$$

est une relation d'équivalence.

Ex.3 *

Soit X, Y et Z, trois espaces topologiques. Montrer que les espaces $(X \times Y) \times Z$ et $X \times (Y \times Z)$ sont homéomorphes.

Ex.4 *

Montrer que le produit de deux espaces connexes est connexe.

Montrer que le produit de deux espaces séparés est séparé.

Ex.5 *

Soit $(M_1, \mathcal{O}_1), (M_2, \mathcal{O}_2)$ deux espaces topologiques et $\mathcal{B}_1 \subset \mathcal{O}_1, \mathcal{B}_2 \subset \mathcal{O}_2$ des bases pour les topologies respectives. Montrer que $\mathcal{B}_1 \times \mathcal{B}_2 = \{(I_1 \times I_2) \big| I_1 \in \mathcal{B}_1, I_2 \in \mathcal{B}_2\}$ est une base pour la topologie produit induite par $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ sur $M_1 \times M_2$.